



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**STANOVENÍ NÁVRHOVÉ ÚNOSNOSTI
ŽELEZOBETONOVÉHO MOSTU**

DETERMINATION OF DESIGN RESISTANCE OF REINFORCED CONCRETE BRIDGE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bohumil Šplíchal

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. DAVID LEHKÝ, Ph.D.

BRNO 2020



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	B3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3647R013 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student	Bohumil Šplíchal
Název	Stanovení návrhové únosnosti železobetonového mostu
Vedoucí práce	doc. Ing. David Lehký, Ph.D.
Datum zadání	30. 11. 2019
Datum odevzdání	22. 5. 2020

V Brně dne 30. 11. 2019

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

PODKLADY A LITERATURA

- [1] Lehký, D., Šomodíková, M., Doležel, J., Novák, D. Pravděpodobnostní analýza zatížitelnosti a spolehlivosti spřaženého mostu z MPD nosníků. Beton TKS, 4/2013, 108-113, 2013.
- [2] Šomodíková, M., Lehký, D., Doležel, J., Novák, D. Modeling of degradation processes in concrete: Probabilistic lifetime and load-bearing capacity assessment of existing reinforced concrete bridges, Engineering Structures, 119, 49-60, 2016.
- [3] Teplý, B., Novák, D.: Spolehlivost stavebních konstrukcí. Skriptum, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, Česká republika, 1999.
- [4] Česká technická norma ČSN ISO 13822 Zásady navrhování konstrukcí – Hodnocení existujících konstrukcí. Český normalizační institut, Praha, 2005.
- [5] Technické podmínky TP 224 Ověřování existujících mostů pozemních komunikací. Ministerstvo dopravy ČR, Praha, 2010.

Dále literatura dle pokynů vedoucího práce.

ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Nastudujte problematiku návrhu a posouzení spolehlivosti konstrukcí pomocí počítačové nelineární pravděpodobnostní simulace. Pro zadanou mostní konstrukci stanovte hodnoty návrhové únosnosti odpovídající požadovaným mezním stavům. Při výpočtu zohledněte aktuální stav konstrukce a nejistoty ve vstupních veličinách. Proveďte srovnání výsledků plně pravděpodobnostní analýzy s dalšími doporučenými spolehlivostními postupy, jako např. s metodou dílčích součinitelů spolehlivosti či metodou ECoV. Zhodnoťte získané výsledky a vyvoďte odpovídající závěry.

STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část závěrečné práce zpracovaná podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (povinná součást závěrečné práce).
2. Přílohy textové části závěrečné práce zpracované podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání, a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (nepovinná součást závěrečné práce v případě, že přílohy nejsou součástí textové části závěrečné práce, ale textovou část doplňují).

doc. Ing. David Lehký, Ph.D.
Vedoucí bakalářské práce

ABSTRAKT

Práce se zabývá problematikou posouzení návrhové únosnosti železobetonové mostní konstrukce. Stanovení únosnosti konstrukce je prováděno pomocí pravděpodobnostní nelineární analýzy metodou konečných prvků. Únosnost je stanovena pro příslušné doporučené mezní stavy. Plně pravděpodobnostní přístup je porovnán s dalšími doporučenými spolehlivostními metodami, jako jsou metoda ECoV dle fib Model Code 2010, metoda dílčích součinitelů spolehlivosti anebo metoda dle ČSN EN 1992–2. Výsledky jsou zhodnoceny z hlediska přesnosti a časové náročnosti jednotlivých metod.

KLÍČOVÁ SLOVA

Metoda konečných prvků, nelineární analýza, plně pravděpodobnostní analýza, metoda ECoV, metoda dílčích součinitelů spolehlivosti.

ABSTRACT

This thesis deals with the topic of assessing the design load-bearing capacity of a reinforced concrete bridge structure. The determination of the load-bearing capacity of the structure is carried out by means of probabilistic nonlinear analysis using finite element method. Load-bearing capacity is determined for the recommended limit states. A fully probabilistic approach is compared to other recommended reliability methods, such as the ECoV method according to fib Model Code 2010, the partial safety factor method, or the method according to ČSN EN 1992–2. The results are evaluated in terms of accuracy and time-consuming for each method.

KEYWORDS

Finite element method, nonlinear analysis, fully probabilistic analysis, ECoV method, partial safety factor method.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Bohumil Šplíchal *Stanovení návrhové únosnosti železobetonového mostu*. Brno, 2020. 68 s., 1 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. David Lehký, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce s názvem *Stanovení návrhové únosnosti železobetonového mostu* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 2. 6. 2020

Bohumil Šplíchal
autor práce

PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Stanovení návrhové únosnosti železobetonového mostu* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 2. 6. 2020

Bohumil Šplíchal
autor práce

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu této práce panu doc. Ing. Davidu Lehkému, Ph.D. za odborné vedení a za čas, který mi věnoval. Dále bych rád poděkoval rodině za podporu během průběhu celého studia.

OBSAH

Seznam obrázků.....	13
Seznam tabulek.....	14
Úvod.....	17
Cíl práce.....	17
1. Spolehlivost	19
1.1 Podmínka spolehlivosti	20
1.2 Úroveň spolehlivosti	21
1.2.1 Spolehlivost dle ČSN EN 1990.....	21
1.2.2 Spolehlivost dle ČSN ISO 13822.....	23
2. Pravděpodobnostní modely	25
2.1 Stavební materiály	25
2.2 Modelové nejistoty	26
2.2.1 Modelové nejistoty dle Schlune a kol.....	26
2.2.2 Modelové nejistoty dle JCSS.....	27
3. Stanovení návrhových hodnot a součinitelů spolehlivosti	29
3.1 Určení návrhových hodnot parametrů	29
3.1.1 Z pravděpodobnostního modelu	29
3.1.2 Statickými metodami ze zkoušek.....	30
3.2 Určení dílčích součinitelů spolehlivosti.....	31
4. Spolehlivostní přístupy nelineární analýzy metody konečných prvků (MKP)	33
4.1 Plně pravděpodobnostní analýza.....	33
4.1.1 Simulační metoda Latin Hypercube Sampling (LHS).....	34
4.2 Metoda ECoV dle fib Model Code 2010.....	34
4.3 Metoda dle ČSN EN 1992–2.....	35
4.4 Metoda dílčích součinitelů dle fib Model Code 2010	35
5 Aplikace metod MKP Nelineární analýzy	37
5.1 Posuzovaná konstrukce – železobetonový most	37
5.2 Určení materiálových parametrů.....	38
5.3 Výpočtový model	40

5.4 Mezní stav únosnosti	42
5.5 Mezní stav použitelnosti	48
5.5.1 MSP – omezení napětí v betonu	48
5.5.2 MSP – omezení napětí v betonářské výztuži	51
5.5.3 MSP – omezení šířky trhlin	53
5.6 Výsledky	57
5.6.1 MSÚ.....	57
5.6.2 MSP – omezení napětí v betonu	58
5.6.3 MSP – omezení napětí v betonářské výztuži	59
5.6.4 MSP – omezení šířky trhlin	60
Závěr	61
Použitá literatura.....	62
Seznam symbolů, veličin a zkratk	63
Seznam příloh.....	67

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1.01 – Přehled spolehlivostních metod (ČSN EN 1990 [1]).....	19
Obr. 1.02 – Závislost mezi referenčními dobami úrovní spolehlivosti (ČSN ISO 13822 [2])..	23
Obr. 3.01 – Dílčí součinitel spolehlivosti γ_i v závislosti na variačním koeficientu V_R pro vybrané β (ČSN ISO 13822 [2])	32
Obr. 3.02 – Vztahy mezi jednotlivými dílčími součiniteli (ČSN EN 1990 [1])	32
Obr. 4.01 – LHS pomocí mediánu	34
Obr. 5.01 – Příčný řez jednopolevého mostu (schéma).....	37
Obr. 5.02 – Podélný řez jednopolevého mostu (schéma)	37
Obr. 5.03 – Pohled na most z pravé strany (zdroj: diagnostický průzkum [9]).....	37
Obr. 5.04 – Pohled na přesýpanou část mostu (zdroj: diagnostický průzkum [9]).....	37
Obr. 5.05 – Rovinný výpočtový MKP model mostu v programu ATENA 2D	40
Obr. 5.06 – Zatížení zeminou MKP modelu v programu ATENA 2D	41
Obr. 5.07 – Pohyblivé zatížení dopravou MKP modelu v programu ATENA 2D	41
Obr. 5.08 – Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu únosnosti	45
Obr. 5.09 – Schéma průřezu nosníku.....	47
Obr. 5.10 – Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu použitelnosti – omezení napětí betonu.....	50
Obr. 5.11 – Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu použitelnosti – omezení napětí v betonářské výztuži	53
Obr. 5.12 – Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu použitelnosti – omezení šířky trhlin	55
Obr. 5.13 – Graf použitých hodnot pro různé přístupy	56
Obr. 5.14 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSÚ.....	57
Obr. 5.15 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonu.....	58
Obr. 5.16 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonářské výztuži	59
Obr. 5.17 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSP omezení šířky trhlin	60

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1.01 – Vztah mezi p_f a β (ČSN EN 1990 [1]).....	21
Tabulka 1.02 – Informativní návrhové životnosti (ČSN EN 1990 [1])	21
Tabulka 1.03 – Doporučené minimální hodnoty indexu spolehlivosti β_t pro mezní stav únosnosti (ČSN EN 1990 [1])	21
Tabulka 1.04 – Směrné hodnoty indexu spolehlivosti β_t pro RC2 (ČSN EN 1990 [1]).....	22
Tabulka 1.05 – Definice tříd následků (ČSN EN 1990 [1])	22
Tabulka 1.06 – Směrná úroveň spolehlivosti β_t (ČSN ISO 13822 [2])	23
Tabulka 2.01 – Doporučené modely pravděpodobnosti vlastní tíhy	25
Tabulka 2.02 – Doporučené modely pravděpodobnosti materiálových vlastností	25
Tabulky 2.03 – Korelační matice s doporučenými hodnotami betonu a výztuže dle JCSS [3]	26
Tabulka 2.04 – Pravděpodobnostní modely nejistot odolnosti materiálu (Schlune a kol. [5])	27
Tabulka 2.05 – Pravděpodobnostní modely modelových nejistot pro odolnost (JCSS [3]) ...	27
Tabulka 2.06 – Pravděpodobnostní modely modelových nejistot pro zatížení (JCSS [3])	27
Tabulka 3.01 – Součinitelé citlivosti α_i dle doporučení ČSN EN 1990 (ČSN ISO 13822 [2])...	29
Tabulka 3.02 – Návrhová hodnota pro různá rozdělení pravděpodobnosti (ČSN EN 1990 [1])	29
Tabulka 3.03 – Hodnoty k_n pro charakteristickou hodnotu 5 % kvantilu pro (ČSN EN 1990 [1])	30
Tabulka 3.04 – Hodnoty $k_{d,n}$ pro návrhové hodnoty v mezních stavech únosnosti (ČSN EN 1990 [1])	31
Tabulka 5.01 – Definice vstupních náhodných veličin	38
Tabulka 5.02 – Korelační matice parametrů	39
Tabulka 5.03 – Přehled vlastností betonářské výztuže vyráběné v období 1920–1965 podle ČSN ISO 13822 [2]	39
Tabulka 5.04 – Charakteristické hodnoty vstupních parametrů.....	42
Tabulka 5.05 – Specifické hodnoty dle přístupu ČSN EN 1992-2 [8].....	43
Tabulka 5.06 – Návrhové hodnoty použity při přístupu PSF dle fib Model Code 2010 [7]	44
Tabulka 5.07 – Odolnosti stanovené metodou ECoV pro mezní stav omezení napětí v betonu	48

Tabulka 5.08 – Odolnosti stanovené metodou PSF pro mezní stav omezení napětí v betonu	49
Tabulka 5.09 – Odolnosti stanovené metodou ECoV pro mezní stav omezení napětí v betonářské výztuži	51
Tabulka 5.10 – Odolnosti stanovené metodou PSF pro mezní stav omezení napětí v betonářské výztuži.....	51
Tabulka 5.11 – Odolnosti stanovené metodou ECoV pro mezní stav omezení šířky trhlin ...	53
Tabulka 5.12 – Odolnosti stanovené metodou PSF pro mezní stav omezení šířky trhlin.....	54
Tabulka 5.13 – Odolnosti dle různých přístupů u MSÚ.....	57
Tabulka 5.14 – Odolnosti dle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonu.....	58
Tabulka 5.15 – Odolnosti dle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonářské výztuži	59
Tabulka 5.16 – Odolnosti dle různých přístupů u MSP omezení šířky trhlin	60

ÚVOD

V evropském prostoru se konstrukce nejčastěji navrhují pomocí souboru norem zvaných Eurokódy, které jsou založeny na metodě mezních stavů a dílčích součinitelích spolehlivosti. V minulosti se používaly metody dovolených namáhání a stupňů bezpečnosti. Tato práce se zabývá stanovením návrhové odolnosti vybrané mostní konstrukce pomocí pravděpodobnostní nelineární analýzy založené na metodě konečných prvků. Pokročilá nelineární simulace umožní co nejpřesněji vystihnout průběh porušení konstrukce. Pravděpodobnostní přístup se pak snaží co nejpřesněji zohlednit nejistoty ve vstupních parametrech. Místo upravených deterministických hodnot vstupních parametrů se pracuje přímo s jejich reálnými rozděleními pravděpodobnosti. Získaná odolnost konstrukce je pak přirozeně rovněž náhodnou veličinou a výsledná návrhová odolnost se stanoví na závěr jako kvantil reflektující požadovanou spolehlivost. Zvolený postup je přirozený právě v kombinaci s nelineární analýzou, jelikož počítá se souborem hodnot, které se skutečně v konstrukci mohou s danou pravděpodobností vyskytnout. Oproti tomu hojně v praxi využívaná metoda dílčích součinitelů nejprve podělí charakteristické hodnoty dílčími součiniteli spolehlivosti a až poté vstupují tyto tzv. návrhové hodnoty do výpočtu. Tento postup je v pořádku při použití lineární analýzy. Jakmile však přistoupíme k nelineárnímu výpočtu, nemusí tento postup správně zohlednit realitu. Návrhové hodnoty v metodě dílčích součinitelů spolehlivosti jsou často extrémně nízké či vysoké v porovnání se skutečnými hodnotami, což může vést např. k jinému módu porušení, než ve skutečnosti nastane. Pravděpodobnostní metoda tedy aplikuje požadovanou spolehlivost až na závěr celého výpočtu. Její nevýhodou je výrazně vyšší časová náročnost výpočtu. Z tohoto důvodu je pravděpodobnostní metoda v práci porovnána s dalšími doporučenými přístupy, jako jsou metoda ECoV dle fib Model Code 2010, metoda dílčích součinitelů spolehlivosti anebo metoda dle ČSN EN 1992–2.

CÍL PRÁCE

Cíle předložené práce lze shrnout do níže uvedených bodů:

- Kalibrace výpočtového modelu studované mostní konstrukce na základě výsledků diagnostického průzkumu. To zahrnuje zejména nastavení materiálových vlastností a vyztužení konstrukce, přičemž je respektována úroveň zjištěné degradace a míra vstupních nejistot.
- Zjištění návrhové únosnosti na příslušné mostní konstrukci pomocí nelineární pravděpodobnostní analýzy.
- Srovnání a zhodnocení výsledků plně pravděpodobnostního přístupu s dalšími doporučenými spolehlivostními přístupy včetně vyhodnocení časové náročnosti výpočtů a jejich přesnosti.

1. SPOLEHLIVOST

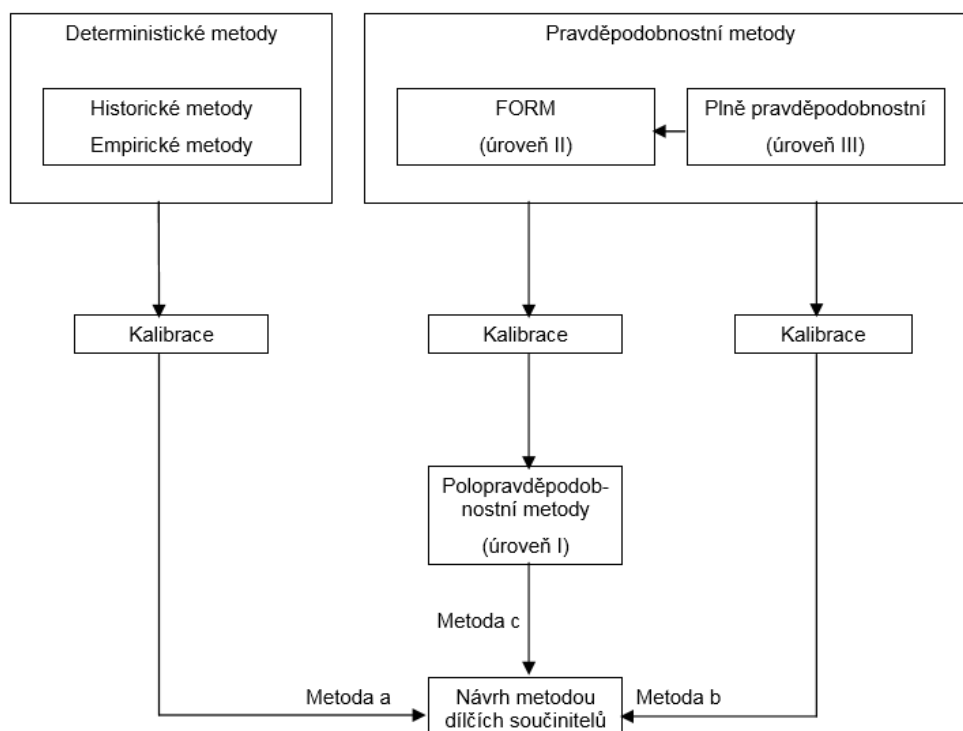
Spolehlivost je definována jako vlastnost objektu spočívající plnit požadovanou funkci během své životnosti při zachování provozních ukazatelů v daných mezích a v čase podle stanovených podmínek. Jednotlivé vlastnosti lze definovat jako, bezporuchovost, životnost, bezpečnost, udržitelnost a opravitelnost. Dílčími složkami jsou únosnost a použitelnost.

Metody používané při hodnocení stávajících objektů a při navrhování lze rozdělit do tří základních kategorií.

- Deterministické metody (úroveň I) jsou založené na zkušenosti v rámci stavební praxe.
- Spolehlivostní metody prvního řádu (FORM) (úroveň II) využívají dobře definovaných aproximací a jejich výsledky lze pro většinu konstrukcí brát jako dostatečně přesné.
- Plně pravděpodobnostní metody (úroveň III) poskytují v zásadě správné řešení daného problému spolehlivosti. Metody úrovně III jsou na druhou stranu časově nejvíce náročné a je zapotřebí mít více simulací než u předešlých metod.

Polopravděpodobnostní metoda (úroveň I) je základem metody dílčích součinitelů spolehlivosti. Uplatňuje se v Eurokódech používaných v ČR pro navrhování a hodnocení stávajících konstrukcí dle ČSN EN a ČSN ISO.

Uvedené členění metod je z ČSN EN 1990 [1]. Podle diagramu na obr. 1.01 mohou být součinitele pro návrh metodou dílčích součinitelů získán jak kalibrací z historických nebo empirických metod, spolehlivostní metodou 1. řádu FORM prostřednictvím polopravděpodobnostní metody, anebo kalibrací z plně pravděpodobnostní metody.



Obr. 1.01 – Přehled spolehlivostních metod (ČSN EN 1990 [1])

1.1 PODMÍNKA SPOLEHLIVOSTI

Podmínka spolehlivosti určuje, zda daná konstrukce je dostatečně odolná vůči zatížení, které na konstrukci působí. Definice podmínky záleží na tom, zda je pro výpočet použit deterministický nebo pravděpodobnostní přístup.

a) *Deterministická podmínka spolehlivosti*

Posoudí se zvlášť vypočítaná odolnost konstrukce R a zatížení konstrukce E .

$$R_d \geq E_d, \quad (1.01)$$

kde E_d je návrhová hodnota zatížení, R_d je návrhová odolnost konstrukce.

b) *Pravděpodobnostní podmínka spolehlivosti*

V případě této podmínky založené na pravděpodobnostních metodách, se odolnost konstrukce R a zatížení konstrukce E uvažují jako náhodné veličiny, které lze vyjádřit pomocí hustot pravděpodobností $f_R(x)$ a $f_E(x)$. Vyjádření poruchy lze popsat pomocí pravděpodobnosti:

$$p_f = P(R - E < 0), \quad (1.02)$$

kde pravděpodobnost poruchy p_f je brána jako pravděpodobnost záporné rezervy spolehlivosti $R - E$.

Veličiny účinků zatížení jsou obvykle funkcí více proměnných, jako například tíha, teplotní změny, vítr a sníh. To samé je u odolnosti konstrukce, jako je pevnost betonu v tahu, tlaku, meze kluzu oceli. Všechny tyto charakteristiky mají náhodný charakter. Obecně lze tedy pravděpodobnost poruchy stanovit ze vztahu:

$$p_f = \int_{G < 0} f(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1, dX_2, \dots, dX_n, \quad (1.03)$$

kde $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ je sdružená hustota pravděpodobnosti vektoru náhodných veličin X_1, X_2, \dots, X_n a G je funkce poruchy (funkce mezního stavu).

Spolehlivost může být popsána také indexem spolehlivosti β , který se v závislosti na p_f definuje takto:

$$p_f = \Phi(-\beta), \quad (1.04)$$

kde Φ je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení.

Vypočtený index spolehlivosti β nebo pravděpodobnost poruchy p_f se porovná s doporučenou (normovou) hodnotou pravděpodobnosti poruchy $p_{f,t}$ nebo s úrovní spolehlivosti β_t .

$$p_f \leq p_{f,t} \quad (1.05)$$

$$\beta \geq \beta_t \quad (1.06)$$

V následující tabulce 1.01 je popsán vztah mezi pravděpodobnostmi poruchy p_f a indexu spolehlivosti β .

Tabulka 1.01 – Vztah mezi p_f a β (ČSN EN 1990 [1])

p_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
β	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

1.2 ÚROVŇ SPOLEHLIVOSTI

Konstrukce se navrhuje tak, aby přenesla všechna zatížení s určitým stupněm spolehlivosti, během její výstavby i referenční doby životnosti. Návrhová životnost se navrhuje podle typu a účelu konstrukce na určitý časový úsek, při kterém je zapotřebí, aby se konstrukce udržovala, například pomocí protikorozním nátěrům. Dle ČSN EN 1990 [1] se konstrukce rozdělují do 5 tříd, viz. tabulka 1.02.

Tabulka 1.02 – Informativní návrhové životnosti (ČSN EN 1990 [1])

Kategorie návrhové životnosti	Informativní návrhová životnost (v letech)	Příklady
1	10	Dočasné konstrukce ⁽¹⁾
2	10 až 25	Vyměnitelné konstrukční části, např. jeřábové nosníky, ložiska
3	15 až 30	Zemědělské a obdobné stavby
4	50	Budovy a další běžné stavby
5	100	Monumentální stavby, mosty a jiné inženýrské konstrukce
⁽¹⁾ Konstrukce nebo jejich části, které mohou být demontovány s předpokladem dalšího použití, se nemají považovat za dočasné.		

1.2.1 Spolehlivost dle ČSN EN 1990

Norma ČSN EN 1990 uvádí index spolehlivosti β_t na referenční dobu 1 rok a 50 let. Minimální hodnoty indexu spolehlivosti β_t pro mezní stav únosnosti souvisí s referenční třídou spolehlivosti RC3, RC2, RC1, viz tabulka 1.03. Směrné hodnoty indexu spolehlivosti β_t pro ostatní mezní stavy pro třídu spolehlivosti RC2 jsou vypsány v tabulce 1.04.

Tabulka 1.03 – Doporučené minimální hodnoty indexu spolehlivosti β_t pro mezní stav únosnosti (ČSN EN 1990 [1])

Třída spolehlivosti	Minimální hodnoty β_t	
	Referenční doba 1 rok	Referenční doba 50 let
RC3 (CC1)	5,2	4,3
RC2 (CC2)	4,7	3,8
RC1 (CC3)	4,2	3,3

Tabulka 1.04 – Směrné hodnoty indexu spolehlivosti β_t pro RC2 (ČSN EN 1990 [1])

Mezní stav	Směrné hodnoty indexu spolehlivosti	
	1 rok	50 let
Únosnosti	4,7	3,8
Únavy		1,5 až 3,8 ¹⁾
Použitelnosti (nevratný)	2,9	1,5
¹⁾ Závisí na možnosti kontroly, opravy a na odolnosti vůči porušení.		

Spolehlivost konstrukce se dá stanovit také pomocí třídy následků, které souvisí s třídou spolehlivosti. Třídy následků se rozdělují na velké, střední a malé následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí. Třídy následků společně s příklady pozemních nebo inženýrských staveb jsou v tabulce 1.05.

Tabulka 1.05 – Definice tříd následků (ČSN EN 1990 [1])

Třídy následků	Popis	Příklady pozemních nebo inženýrských staveb
CC3	Velké následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo velmi významné následky ekonomické, sociální nebo prostředí	Stadióny, budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy vysoké (např. koncertní sály)
CC2	Střední následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo značné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Obytné a administrativní budovy a budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy středně závažné (např. kancelářské budovy)
CC1	Malé následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo malé/zanedbatelné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Zemědělské budovy, kam lidé běžně nevstupují (např. budovy pro skladovací účely, skleníky)

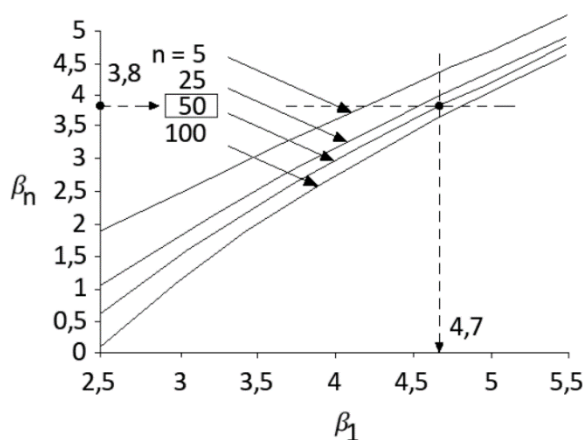
1.2.2 Spolehlivost dle ČSN ISO 13822

Tato norma doporučuje brát index spolehlivosti β_t dle následující tabulky 1.06.

Tabulka 1.06 – Směrná úroveň spolehlivosti β_t (ČSN ISO 13822 [2])

Mezní stavy	Směrný index spoleh. β_t	Referenční doba
Použitelnosti		
- Vratné	0,0	Plánovaná zbytková životnost
- Nevratné	1,5	Plánovaná zbytková životnost
Únavy		
- Kontrolovatelné	2,3	Plánovaná zbytková životnost
- nekontrolovatelné	3,1	Plánovaná zbytková životnost
Únosnosti		
- velmi malý následek poruchy	2,3	L_S v letech ^{a)}
- malý následek poruchy	3,1	L_S v letech ^{a)}
- střední následek poruchy	3,8	L_S v letech ^{a)}
- vysoký následek poruchy	4,3	L_S v letech ^{a)}
^{a)} L_S minimální obvyklá doba z hlediska bezpečnosti (např. 50let)		

V některých případech může být zapotřebí určit směrné úrovně spolehlivosti β_t pro odlišnou referenční dobu, než je předpokládaná životnost. Pokud se uvažuje referenční doba n odlišná od předpokládané životnosti (např. ohledy na jiné modely zatížení), pak se provede přepočet. V následujícím grafu na obr. 1.02 je vidět závislost směrné úrovně spolehlivosti β_1 při referenční době jednoho roku na čtyři jiné směrné úrovně spolehlivosti β_n pro čtyři různé referenční doby n .



Obr. 1.02 – Závislost mezi referenčními dobami úrovní spolehlivosti (ČSN ISO 13822 [2])

2 PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODELY

V této části je představen souhrn doporučení pro tvorbu pravděpodobnostního modelu vybraných vstupních veličin. Jedná se zejména o volbu vhodného rozdělení pravděpodobnosti, doporučené hodnoty variačních koeficientů (dále označeno jako CoV), případně středních hodnot veličin X_m .

2.1 STAVEBNÍ MATERIÁLY

Objemová tíha materiálu je popsána pomocí normálního rozdělení pravděpodobnosti. V tabulce 2.01 jsou popsány doporučené modely objemové tíhy betonů a oceli, převzato z JCSS [3].

Tabulka 2.01 – Doporučené modely pravděpodobnosti vlastní tíhy

Veličina	Jednotka	Rozdělení	X_m	CoV
Tíha oceli g_s	[kN/m ³]	Norm.	77	0,01
Tíha obyčejného betonu g_c	[kN/m ³]	Norm.	24	0,04
Tíha vysokopevnostního betonu g_c	[kN/m ³]	Norm.	24-26	0,03

Materiálové vlastnosti betonu se obvykle popisují pomocí lognormálního dvouparametrického rozdělení, předpínací výztuž se popisuje normálním rozdělení a betonářská ocel pomocí obou rozdělení. Modely se definují středními hodnotami a variačními koeficienty. V tabulce 2.02 jsou popsány vybrané materiálové vlastnosti převzaté z JCSS [3] a TP224 [4].

Tabulka 2.02 – Doporučené modely pravděpodobnosti materiálových vlastností

Veličina	Jednotka	Rozdělení	X_m	CoV
Pevnost betonu v tlaku f_c	[MPa]	LN 2 par.	$f_{c,m}$	0,06-0,15
Pevnost betonu v tahu f_t	[MPa]	LN 2 par.	$f_{t,m}$	0,15-0,30
Modul pružnosti betonu E_c	[GPa]	LN 2 par.	$E_{c,m}$	0,10-0,15
Lomová energie betonu G_f	[N/m]	LN 2 par.	$G_{f,m}$	0,10-0,25
Mez kluzu betonářské výztuže $f_{s,y}$	[MPa]	LN 2 par.	$f_{s,y,m}$	0,05-0,10
Mez pevnosti betonářské výztuže $f_{s,u}$	[MPa]	LN 2 par.	$f_{s,u,m}$	0,05-0,10
Modul pružnosti betonářské výztuže E_s	[GPa]	Norm.	$E_{s,m}$	0,03
Mez kluzu předpínací oceli $f_{p,y}$	[MPa]	Norm.	$f_{p,y,m}$	0,03
Mez pevnosti předpínací oceli $f_{p,u}$	[MPa]	Norm.	$f_{p,u,m}$	0,03
Modul pružnosti předpínací oceli E_p	[GPa]	Norm.	$E_{p,m}$	0,02

Střední hodnoty veličin materiálů se určují pomocí statistických vyhodnocení zkoušek. Pokud je známá pouze charakteristická hodnota X_k , tak podle JCSS je možný přepočítání k získání střední hodnoty X_m pomocí variačního koeficientu CoV , následující vztah platí pro lognormální rozdělení.

$$X_m = \frac{X_k}{1 - 2 \cdot CoV} \quad (2.01)$$

Pokud má veličina normální rozdělení, lze získat její střední hodnotu ze vztahu:

$$X_m = \frac{X_k}{1 - 1,645 \cdot CoV} \quad (2.02)$$

Vstupní materiálové veličiny betonářské výztuže či betonu mohou být ve vzájemné korelaci. Proto se zavádí korelační matice s veličinami, kde číslo 1 značí, že veličiny jsou vzájemně souvztažné. Číslo -1 znamená, že náhodné veličiny jsou navzájem nepřímo úměrné. Naopak číslo 0 znamená, že mezi veličinami není žádný vztah. Tabulky 2.03 uvádí doporučené hodnoty korelačních koeficientů dle JCSS.

U betonu jde o závislosti modulu pružnosti betonu E_c , pevnosti betonu v tahu f_t , pevnosti betonu v tlaku f_c a specifické lomové energie G_f . V případě betonářské výztuže je zde vypsána závislost mezi modulem pružnosti oceli E_s , mezí kluzu betonářské výztuže f_y , mezí pevnosti betonářské výztuže f_u a mezním přetvořením ε_{lim} .

Tabulky 2.03 – Korelační matice s doporučenými hodnotami betonu a výztuže dle JCSS [3]

Beton

	E_c	f_t	f_c	G_f
E_c	1	0	0,3	0
f_t	0	1	0,4	0,8
f_c	0,3	0,4	1	0
G_f	0	0,8	0	1

Betonářská výztuž

	E_s	f_y	f_u	ε_{lim}
E_s	1	1	0	0
f_y	1	1	0,9	0,5
f_u	0	0,9	1	0,5
ε_{lim}	0	0,5	0,5	1

2.2 MODELOVÉ NEJISTOTY

Jelikož se reálné chování konstrukce a účinky zatížení idealizují pomocí modelů s určitou mírou zjednodušujících předpokladů, je nezbytné do výpočtu zahrnout i tzv. modelové nejistoty zatížení θ_E a nejistoty odolnosti konstrukce θ_R .

2.2.1 Modelové nejistoty dle Schlune a kol.

Schlune a kol. [5] doporučuje uvažovat pravděpodobnostní modely modelových nejistot odolnosti θ_R při výpočtu pomocí nelineární analýzy při porušení tlakem, ohybem a smykem. Porušení tlakem se rozděluje podle použitého betonu. Při porušení ohybovým momentem se zohledňuje míra vyztužení konstrukce a typ použitého betonu. U porušení smykem pak rozhoduje mechanismus porušení konstrukce. Soupis pravděpodobnostních modelů nejistot odolnosti je uveden v tabulce 2.04.

Tabulka 2.04 – Pravděpodobnostní modely nejistot odolnosti materiálu (Schlune a kol. [5])

Veličina		jednotka	rozdělení	X_m	CoV
Porušení tlakem $\theta_{R,N}$	Normální beton	[-]	LN 2 par.	0,9-1,0	0,10-0,20
	Vysokopevnostní beton	[-]	LN 2 par.	1,0	0,20-0,30
Porušení ohybem $\theta_{R,M}$	Slabě vyztužený beton	[-]	LN 2 par.	1,0-1,2	0,05-0,15
	Normálně vyztužený beton	[-]	LN 2 par.	0,9-1,0	0,10-0,15
	Normálně vyztužený vysokop. beton	[-]	LN 2 par.	1,0	0,20-0,30
Porušení smykem $\theta_{R,V}$	V důsledku překročení meze kluzu	[-]	LN 2 par.	0,9-1,0	0,10-0,25
	V důsledku drcení betonu	[-]	LN 2 par.	0,7-1,0	0,20-0,40

2.2.2 Modelové nejistoty dle JCSS

JCSS rovněž doporučuje pravděpodobnostní modely modelových nejistot odolnosti konstrukce θ_R v závislosti na typu porušení. V tabulce 2.05 jsou vypsány modelové nejistoty v závislosti na typu materiálu, který je nositelem poruchy, tedy beton či ocel výztuží. Na rozdíl od Schlune a kol. zde není definována nejistota pro porušení tlakem. Je zde navíc porušení soudržností, které se u oceli dělí na svařované a šroubované spoje.

Tabulka 2.05 – Pravděpodobnostní modely modelových nejistot pro odolnost (JCSS [3])

Veličina		jednotka	rozdělení	X_m	CoV
Porušení ohybem $\theta_{R,M}$	Beton, včetně účinků V a N	[-]	LN 2 par.	1,20	0,15
	Ocel	[-]	LN 2 par.	1,00	0,05
Porušení soudržnosti $\theta_{R,C}$	Beton	[-]	LN 2 par.	1,00	0,10
	Ocel – svařovaný spoj	[-]	LN 2 par.	1,15	0,15
	Ocel – šroubovaný spoj	[-]	LN 2 par.	1,25	0,15
Porušení smykem $\theta_{R,V}$	Beton	[-]	LN 2 par.	1,40	0,25
	Ocel	[-]	LN 2 par.	1,00	0,05

JCSS doporučuje také pravděpodobnostní modely modelových nejistot pro účinky zatížení θ_E , kde záleží na typu zatížení, jako je ohybový moment, posouvající síla a normálová síla. Dále záleží na konstrukci, na kterou dané zatížení působí. V tabulce 2.06 jsou vypsány modely pro případ rámové konstrukce a desky.

Tabulka 2.06 – Pravděpodobnostní modely modelových nejistot pro zatížení (JCSS [3])

Veličina		jednotka	rozdělení	X_m	CoV
Normálová síla $\theta_{E,N}$	Na rám	[-]	LN 2 par.	1,00	0,05
	Na desku	[-]	LN 2 par.	1,00	0,10
Ohybový moment $\theta_{E,M}$	Na rám	[-]	LN 2 par.	1,00	0,10
	Na desku	[-]	LN 2 par.	1,00	0,20
Posouvající síla $\theta_{E,V}$	Na rám	[-]	LN 2 par.	1,00	0,10
	Na desku	[-]	LN 2 par.	1,00	0,10

3 STANOVENÍ NÁVRHOVÝCH HODNOT A SOUČINITELŮ SPOLEHLIVOSTI

3.1 URČENÍ NÁVRHOVÝCH HODNOT PARAMETRŮ

3.1.1 Z pravděpodobnostního modelu

Reprezentativní hodnoty materiálových vlastností se berou jako určitý kvantil pravděpodobnosti. Například charakteristická hodnota je 5% kvantil. Návrhové hodnoty odolnosti R_d a účinků zatížení E_d se určí dle ČSN EN 1990 [1] tak, že pravděpodobnost výskytu nepříznivější hodnoty je:

$$P(E > E_d) = \Phi(\alpha_E \cdot \beta_t) \quad (3.01)$$

$$P(R \leq R_d) = \Phi(-\alpha_R \cdot \beta_t) \quad (3.02)$$

kde β_t je směrná hodnota indexu spolehlivosti, α_E a α_R jsou součinitelé citlivosti podle metody FORM, v následující tabulce 3.01 jsou součinitelé popsány.

Tabulka 3.01 – Součinitelé citlivosti α_i dle doporučení ČSN EN 1990 (ČSN ISO 13822 [2])

Základní veličina X_i	Součinitel citlivosti α_i
Odolnosti, hlavní (dominantní)	0,8
Odolnosti, vedlejší (nedominantní)	$0,4 \times 0,8 = 0,32$
Zatížení, hlavní (dominantní)	- 0,7
Zatížení, vedlejší (nedominantní)	$- 0,4 \times 0,7 = - 0,28$

Podle ČSN EN 1990 lze docílit návrhové hodnoty i pro různá rozdělení pravděpodobnosti, v následující tabulce 3.02 jsou postupy popsány.

Tabulka 3.02 – Návrhová hodnota pro různá rozdělení pravděpodobnosti (ČSN EN 1990 [1])

Rozdělení	Návrhové hodnoty
Normální	$\mu - \alpha \beta_t \sigma$
Lognormální	$\mu \cdot \exp(-\alpha \beta_t \sigma)$ pro $V = \sigma/\mu < 0,2$
Gumbelovo	$u - \frac{1}{a} \ln\{-\ln\Phi(-\beta_t)\}$
	Kde $u = \mu - \frac{0,577}{a}$; $a = \frac{\pi}{\sigma\sqrt{6}}$

Kde μ je průměrná hodnota, σ je směrodatná odchylka a V je variační koeficient dané veličiny. Je zapotřebí, aby tyto charakteristiky byly stanoveny pro stejnou referenční dobu β_t .

3.1.2 Statickými metodami ze zkoušek

Dle ČSN EN 1990 [1] lze návrhové hodnoty materiálových vlastností, modelových parametrů nebo odolnosti odvodit ze zkoušek dvěma způsoby.

a) Prostřednictvím charakteristické hodnoty

Návrhová hodnota normálního rozdělení veličiny X_d se stanoví ze vztahu:

$$X_d = \eta_d \frac{X_{k(n)}}{\gamma_m} = \frac{\eta_d}{\gamma_m} m_X \{1 - k_n \cdot V_X\} \quad (3.03)$$

kde η_d je návrhová hodnota převodního součinitele, která závisí na druhu zkoušky a typu materiálu, hodnota k_n se určí z tabulky 3.03, kde variační koeficient V_X musí být předem znám, pokud znám není, tak se dopočítá z následujícího vztahu:

$$V_X = \frac{s_X}{m_X} \quad (3.04)$$

$$s_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - m_X)^2 \quad (3.05)$$

Tabulka 3.03 – Hodnoty k_n pro charakteristickou hodnotu 5 % kvantilu pro (ČSN EN 1990 [1])

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
V_X známá	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64
V_X neznámá	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

Návrhová hodnota lognormálního rozdělení pro veličinu X_d se stanoví takto:

$$X_d = \frac{\eta_d}{\gamma_m} \exp(m_y - k_n \cdot s_y) \quad (3.06)$$

$$m_y = \frac{1}{n} \sum \ln(x_i) \quad (3.07)$$

jestliže je variační koeficient V_X známý, tak:

$$s_y = \sqrt{\ln(V_X^2 + 1)} \approx V_X \quad (3.08)$$

jestliže variační koeficient V_X známý není, tak:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (\ln x_i - m_y)^2} \quad (3.09)$$

b) Přímým odhadem návrhové hodnoty pro ověřování mezních stavů únosnosti

Návrhová hodnota normálního rozdělení veličiny X_d se stanoví:

$$X_d = \eta_d \cdot m_X (1 - k_{d,n} \cdot V_X) \quad (3.10)$$

kde η_d má zahrnovat všechny nejistoty, které nejsou pokryty zkouškami, $k_{d,n}$ je převzato z tabulky 3.04.

Tabulka 3.04 – Hodnoty $k_{d,n}$ pro návrhové hodnoty v mezních stavech únosnosti (ČSN EN 1990 [1])

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
V_X známý	4,36	3,77	3,56	3,44	3,37	3,33	3,27	3,23	3,16	3,13	3,04
V_X neznámý	-	-	-	11,4	7,85	6,36	5,07	4,51	3,64	3,44	3,04

Návrhová hodnota lognormálního rozdělní veličiny X_d se určí jako:

$$X_d = \eta_d \cdot \exp(m_y - k_{d,n} \cdot s_y) \quad (3.11)$$

3.2 URČENÍ DÍLČÍCH SOUČINITELŮ SPOLEHLIVOSTI

Dle zásad ČSN EN 1990 se dílčí součinitele spolehlivosti γ_i u základních veličin X_i s nepříznivým vlivem na pravděpodobnosti poruchy p_f , pro které jsou součinitele citlivosti $\alpha_i < 0$, stanoví ze vztahu:

$$\gamma_i = \frac{X_{id}}{X_{ik}} \quad (3.12)$$

U veličin s příznivým vlivem pravděpodobnosti poruchy p_f , pro které jsou součinitele citlivosti $\alpha_i > 0$, se stanoví ze vztahu:

$$\gamma_i = \frac{X_{ik}}{X_{id}} \quad (3.13)$$

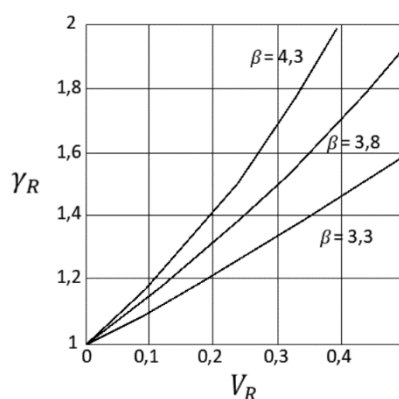
kde X_{ik} jsou charakteristické hodnoty, X_{id} jsou návrhové hodnoty. Při takové definici jsou dílčí součinitele γ_i většinou větší než 1.

Odolnost R se obvykle popisuje dvouparametrickým lognormálním rozdělením. Charakteristická hodnota odolnosti je definována jako dolní 5% kvantil pravděpodobnosti. Proto se dílčí součinitele stanoví dle vztahu:

$$\gamma_i = \frac{\exp(-1,645 \cdot V_R)}{\exp(-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R)} \quad (3.14)$$

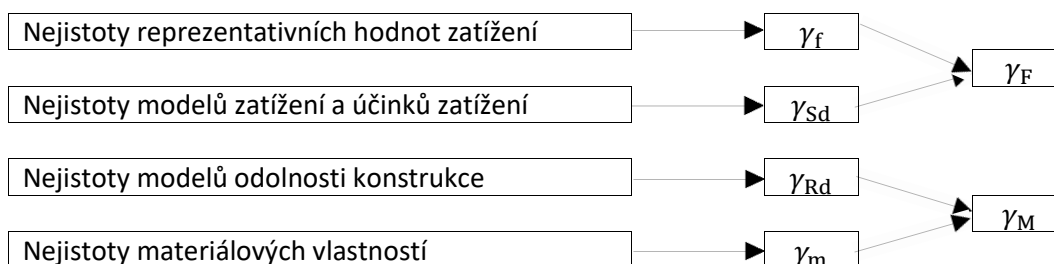
kde V_R je variační koeficient odolnosti R , β_t je směrný index spolehlivosti, součinitel 1,645 je hodnota kvantilu normálního rozdělení s pravděpodobností 5 %, součinitel citlivosti $\alpha_R = 0,8$.

Následující graf na obr. 3.01 zobrazuje závislost mezi dílčím součinitelem γ_i , variačním koeficientem V_R a směrnou hodnotou indexu spolehlivosti β_t .



Obr. 3.01 – Dílčí součinitel spolehlivosti γ_i v závislosti na variačním koeficientu V_R pro vybrané β (ČSN ISO 13822 [2])

Základním schéma vztahů mezi dílčími součiniteli spolehlivosti je patrné z obr. 3.02, kde jsou dílčí součinitele materiálu γ_m a součinitele zatížení γ_f navíc zkombinovány s dílčími součiniteli nejistot modelů odolnosti konstrukce γ_{Rd} a nejistot účinků zatížení γ_{Sd} . Pro modelové nejistoty konstrukcí neexistuje univerzální způsob, jak je počítat. Záleží na tom, jakou metodu si stavební inženýr zvolí a počítá s ní.



Obr. 3.02 – Vztahy mezi jednotlivými dílčími součiniteli (ČSN EN 1990 [1])

4 SPOLEHLIVOSTNÍ PŘÍSTUPY NELINEÁRNÍ ANALÝZY METODY KONEČNÝCH PRVKŮ (MKP)

Posouzení spolehlivosti konstrukce mostu se může provést na lokální nebo globální úrovni. Na globální úrovni se vytvoří MKP model. Vnese se potřebné zatížení a zjišťuje se, jak se celá konstrukce chová při postupném zatěžování. Při výpočtu tak není oddělena odolnost konstrukce od hodnoty zatížení. Zároveň je při výpočtu reflektován postupný vývoj poškození celé konstrukce včetně případné změny módu porušení (např. přechod od ohybového ke smykovému porušení apod.)

Na lokální úrovni se určí průřez, který rozhoduje o únosnosti konstrukce a posuzuje se na jeden z mezních stavů. Ve zvoleném kritickém místě mostu jsou stanoveny odolnosti a vyvozené namáhání odděleně. Vědomě se dopouštíme nepřesného vyjádření chování prvku v konstrukci. Stavební inženýři to musí brát v úvahu.

Předložená práce je zaměřena na použití globální nelineární analýzy konstrukcí. Při její aplikaci je možné použít některou z těchto doporučených spolehlivostních metod [6]:

- Plně pravděpodobnostní analýza
- Metoda ECoV – odhad variačního koeficientu dle fib Model Code 2010 [7]
- Metoda dílčích součinitelů dle fib Model Code 2010 [7]
- Metoda dle ČSN EN 1992-2 [8]

4.1 Plně pravděpodobnostní analýza

Plně pravděpodobnostní přístup představuje nejpřesnější metodu pro posouzení spolehlivosti konstrukce. Přesnost je mnohem vyšší, pokud je mezní stav stanoven za použití nelineární analýzy. Numerická simulace pak připomíná skutečné testování reprezentativní skupiny vzorků, které mohou být statisticky analyzovány pro výpočet spolehlivosti konstrukce.

Pravděpodobnostní analýza v této práci je provedena pomocí softwaru SARA, který kombinuje nástroje ATENA a FReET. Variability základních vlastností jsou popsány pomocí rozdělovacích funkcí pravděpodobnosti a statistických parametrů (střední hodnota, směrodatná odchylka). Plně pravděpodobnostní analýza odolnosti se může provést pomocí numerické simulační metody Latin Hypercube Sampling (podrobněji viz dále), ve které jsou systematicky měněny vstupní parametry materiálů. Výsledná sada popisuje náhodné rozdělení odolnosti materiálu. Nakonec je pro požadovanou hodnotu indexu spolehlivosti β nebo pravděpodobnosti poruchy p_f vypočtena návrhová únosnost R_d .

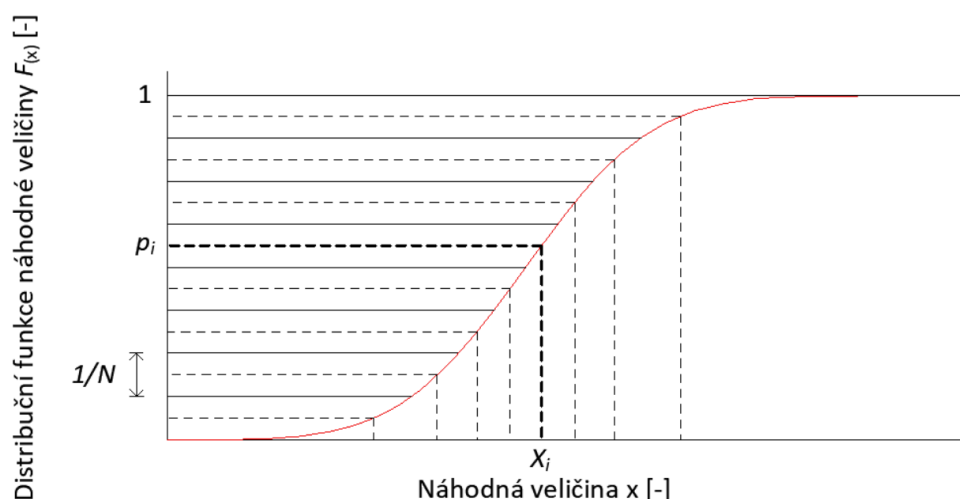
Návrhová hodnota R_d pro dvouparametrické lognormální rozdělení se vypočítá pomocí vzorce:

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \beta_t V_R} \quad (4.01)$$

kde R_m je střední hodnota odolnosti stanovená pomocí nelineární analýzy, tato hodnota je již vynásobená modelovými nejistotami θ_R , α_R je součinitel citlivosti, β_t je směrný součinitel spolehlivosti a V_R znázorňuje variační koeficient, který rovněž zahrnuje modelové nejistoty.

4.1.1 Simulační metoda Latin Hypercube Sampling (LHS)

Jak bylo naznačeno v předchozí části, při použití pravděpodobnostní metody se provádí opakovaný nelineární výpočet konstrukce s náhodně generovanými hodnotami vstupních parametrů. Vzhledem k časové náročnosti jednotlivých analýz byla pro generování těchto hodnot (náhodných realizací parametrů) použita simulační metoda Latin Hypercube Sampling. Ta je velice účinná i při malém počtu simulací, jelikož funguje na principu vrstvení, kdy se realizace generují na základě pravděpodobnosti odpovídající jednotlivým vrstvám o šířce $1/N$, kde N je počet simulací. Hodnoty realizací jsou pak pro danou pravděpodobnost získány inverzní transformací distribuční funkce příslušné vstupní veličiny, jak je naznačeno na obr. 4.01. Metoda LHS existuje ve třech variantách podle toho, jakým způsobem se vybírají hodnoty z dané vrstvy. Lze nadefinovat, aby se vybírali hodnoty náhodně, pomocí mediánu nebo střední hodnoty, kde se bere těžiště intervalu. Na obr. 4.01 je zakresleno LHS pomocí mediánu, kde p_i je pravděpodobnost i -té vrstvy a x_i je náhodná veličina.



Obr. 4.01 – LHS pomocí mediánu

4.2 Metoda ECoV dle fib Model Code 2010

Metoda ECoV je založená na myšlence, že náhodné rozdělení odolnosti materiálu, které je popsáno variačním koeficientem V_m , lze odhadnout od střední R_m a charakteristické R_k hodnoty odolnosti konstrukce. Základním předpokladem je, že typickým rozdělením pro odolnosti konstrukce je dvouparametrické lognormální rozdělení. S ohledem na tyto předpoklady variační koeficient V_m může být vyjádřen jako:

$$V_m = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right) \quad (4.02)$$

Globální součinitel spolehlivosti γ_R je pak vypočítán jako:

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R)}, \quad V_R = \sqrt{V_m^2 + V_{Rd}^2} \quad (4.03)$$

kde α_R je součinitel citlivosti a β je index spolehlivosti. V_{Rd} je nejistota modelu. Výše uvedený postup umožňuje odhadnout spolehlivost odolnosti racionálně. K identifikaci těchto

parametrů, lze použít vhodná ustanovení například v Eurokódu EN 1990, kde typické hodnoty jsou $\alpha_R = 0,8$; $\beta = 3,8$ (pro 50 let), což souvisí s pravděpodobností poruchy $p_f = 0,001$. Globální součinitel spolehlivosti je poté:

$$\gamma_R \cong e^{(3,04 \cdot V_R)} \quad (4.04)$$

Návrhová odolnost R_d se spočítá jako:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R} \quad (4.05)$$

V této metodě je zapotřebí stanovení středních R_m a charakteristických hodnot R_k odolnosti konstrukce. Jsou vypočteny pomocí dvou nelineárních analýz, kde vstupními daty jsou střední a charakteristické hodnoty materiálů.

$$R_m = R(f_{y,m}, f_{c,m}, \dots); R_k = R(f_{y,k}, f_{c,k}, \dots) \quad (4.06)$$

4.3 Metoda dle ČSN EN 1992-2

ČSN EN 1992-2 [8] umožňuje také přístup založený na nelineární analýze. Návrhová hodnota odolnosti konstrukce R_d se vypočítá dle vzorce:

$$R_d = R(\tilde{f}_{y,m}, \tilde{f}_{c,m}, \dots) / \gamma_R \quad (4.07)$$

kde $\tilde{f}_{y,m}$ a $\tilde{f}_{c,m}$ jsou upravené hodnoty betonářské výztuže a betonu. Pro mez kluzu se hodnota vypočítá jako $\tilde{f}_{y,m} = 1,1 f_{y,k}$, pro pevnost betonu v tlaku $\tilde{f}_{c,m} = 0,843 f_{c,k}$. Hodnota betonu je zredukována kvůli své větší variabilitě. Globální součinitel odolnosti $\gamma_R = 1,27$. Při použití této metody není možné měnit požadovanou úroveň spolehlivosti, která je uvažována konstantní hodnotou $\beta = 3,8$. Pro jiné úrovně spolehlivosti a tím i mezní stavy není použitelná.

4.4 Metoda dílčích součinitelů dle fib Model Code 2010

Tento přístup je přirozeným rozšířením standartního postupu metody dílčích součinitelů, která se standardně používá ve stavebnictví. Pomocí nelineární analýzy se vypočítá návrhová hodnota R_d odolnosti konstrukce:

$$R_d = R(f_{y,d}, f_{c,d}, \dots) \quad (4.08)$$

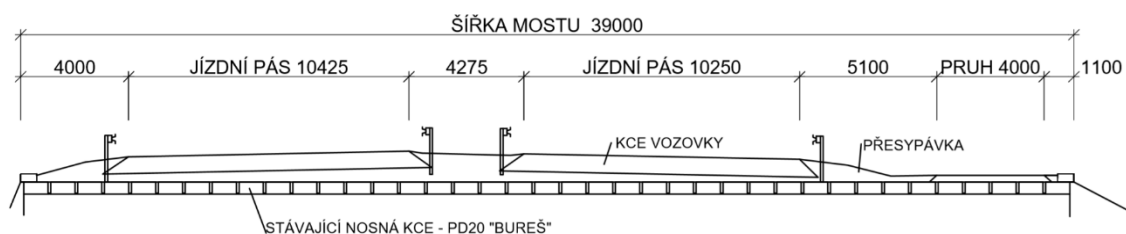
kde návrhové hodnoty se spočítají jako charakteristické hodnoty podělené dílčím součinitelem spolehlivosti materiálu. $f_{y,d} = f_{y,k} / \gamma_s$, $f_{c,d} = f_{c,k} / \gamma_c, \dots$. Pokud není zahrnut součinitel modelových nejistot přímo v dílčích součinitelích materiálů, tak je zapotřebí výslednou návrhovou hodnotu podělit součinitelem modelových nejistot $\gamma_{Rd} = 1,06$.

5 APLIKACE METOD MKP NELINEÁRNÍ ANALÝZY

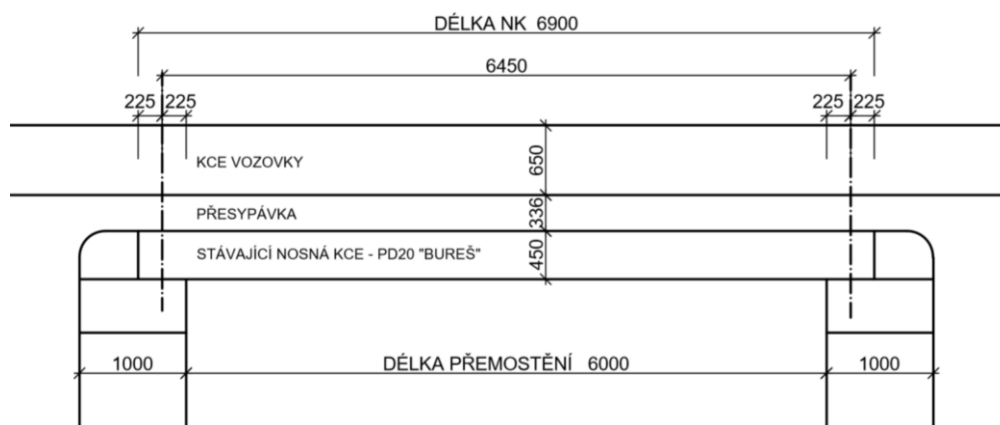
5.1 Posuzovaná konstrukce – železobetonový most

Jednopolový most se nachází na silnici I/11, mezi městy Ostrava – Havířov, přes Podleský potok, Moravskoslezský kraj, okres Ostrava-město, katastrální území Šenov u Ostravy. Rok výstavby mostu je kolem roku 1960. V roce 2019 byl na mostě proveden diagnostický průzkum [9].

Spodní stavba je tvořena dvěma betonovými opěrami. Křídla jsou betonová rovnoběžná s osou komunikace. Most je přesypáný a vozovka je asfaltová. Nosnou konstrukci tvoří prostě uložená deska tvořená třiceti devíti prefabrikovanými nosníky PD20 „Bureš“. Teoretické rozpětí mostu je 6,5 metru. Beton je dle diagnostického průzkumu [9] zařazen do pevnostní třídy C35/45. V jednom nosníku je 11 prutů výztuže typu „V“ průměru 32 mm. Schéma mostu je na obr. 5.01 a obr. 5.02



Obr. 5.01 – Příčný řez jednopolového mostu (schéma)



Obr. 5.02 – Podélný řez jednopolového mostu (schéma)



Obr. 5.03 – Pohled na most z pravé strany
(zdroj: diagnostický průzkum [9])



Obr. 5.04 – Pohled na přesypanou část mostu
(zdroj: diagnostický průzkum [9])

5.2 URČENÍ MATERIÁLOVÝCH PARAMETRŮ

Z diagnostického průzkumu a pomocí prostředků matematické statistiky byly získány statistické charakteristiky pro stanovení pravděpodobnostního modelu.

Volba vhodného pravděpodobnostního modelu jednotlivých vstupních veličin (rozdělení a variační koeficient) byla provedena podle doporučení JCSS [3] a TP 224 [4]. Jednotlivé definice vstupních náhodných veličin pravděpodobnostního modelu jsou znázorněny v tabulce 5.01.

Korelační matice parametrů (tabulka 5.02), kde horní trojúhelník jsou vstupní hodnoty na doporučení JCSS [3]. Dolní trojúhelník matice jsou výsledné hodnoty parametrů.

Na základě diagnostického průzkumu byl beton zařazen do třídy C35/45, byla tedy známa jen charakteristická pevnost betonu v tlaku $f_{c,k}$. Z této hodnoty byly stanoveny všechny potřebné veličiny betonu dle JCSS [3] – $f_{c,m}$ je střední hodnota betonu v tlaku, $f_{t,m}$ je střední hodnota betonu v tahu, $E_{c,m}$ je střední hodnota modulu pružnosti v betonu:

$$f_{c,m} = \frac{f_{c,k}}{1 - 2 \cdot CoV} = \frac{35}{1 - 2 \cdot 0,12} = 46,05 \text{ MPa}$$

$$f_{t,m} = 0,3 \cdot (f_{c,m})^{2/3} = 0,3 \cdot (46,05)^{2/3} = 3,85 \text{ MPa}$$

$$E_{c,m} = 10,5 \cdot (f_{c,m})^{1/3} = 10,5 \cdot (46,05)^{1/3} = 37,64 \text{ GPa}$$

Z diagnostického průzkumu bylo zjištěno, že nosník je vyztužen 11 pruty typu „V“ o průměru 32 mm. Pruty jsou již částečně zasaženy korozí, a to v rozsahu 6 % jejich průřezové plochy. Úbytek celkové plochy výztuže A_s byl do výpočtu zjednodušeně zaveden pomocí redukce počtu prutů z 11 na 10. Proměnlivost koroze je dále reflektována zavedením variačního koeficientu plochy výztuže s hodnotou 0,05. Podle typu nosníku je určeno, že výztuž je třídy 10 400B. Charakteristické hodnoty meze kluzu $f_{y,k} = 400 \text{ MPa}$ a meze pevnosti $f_{u,k} = 440 \text{ MPa}$ jsou stanoveny dle tabulky č. 5.03, kde se vymezují podle období výstavby mostu. Střední hodnoty betonářské výztuže meze kluzu $f_{y,m}$ a meze pevnosti $f_{u,m}$ jsou spočteny podle JCSS [3].

$$f_{y,m} = \frac{f_{y,k}}{1 - 2 \cdot CoV} = \frac{400}{1 - 2 \cdot 0,05} = 444,44 \text{ MPa}$$

$$f_{u,m} = \frac{f_{u,k}}{1 - 2 \cdot CoV} = \frac{440}{1 - 2 \cdot 0,05} = 488,89 \text{ MPa}$$

$$A_s = 10 \cdot \pi \cdot r^2 = 10 \cdot \pi \cdot 0,016^2 = 8,042 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Tabulka 5.01 – Definice vstupních náhodných veličin

Veličina	Rozdělení	X_m	CoV
Modul pružnosti E_c [GPa]	Lognormální 2 par.	37,64	0,15
Pevnost betonu v tahu f_t [MPa]	Lognormální 2 par.	3,85	0,25
Pevnost betonu v tlaku f_c [MPa]	Lognormální 2 par.	46,05	0,12
Lomová energie G_f [N/m]	Lognormální 2 par.	96,25	0,20
Mez kluzu oceli f_y [MPa]	Lognormální 2 par.	444,44	0,05
Mez pevnosti oceli f_u [MPa]	Lognormální 2 par.	488,89	0,05
Plocha výztuže A_s [m ²]	Normální	0,008042	0,05

Tabulka 5.02 – Korelační matice parametrů

	E_c	f_t	f_c	G_f	f_y	f_u	A_s
E_c	1	0	0,3	0	0	0	0
f_t	0,0005	1	0,4	0,8	0	0	0
f_c	0,2992	0,3999	1	0	0	0	0
G_f	-2,3e-05	0,7995	-3,7e-06	1	0	0	0
f_y	0,0002	-0,0024	0,0005	0,0007	1	1	0
f_u	-0,0002	0,0013	0,0005	-0,0015	0,9905	1	0
A_s	-7,7e-05	-0,0002	9,0e-05	0,0009	0,0013	-0,0001	1

Tabulka 5.03 – Přehled vlastností betonářské výztuže vyráběné v období 1920–1965 podle ČSN ISO 13822 [2]

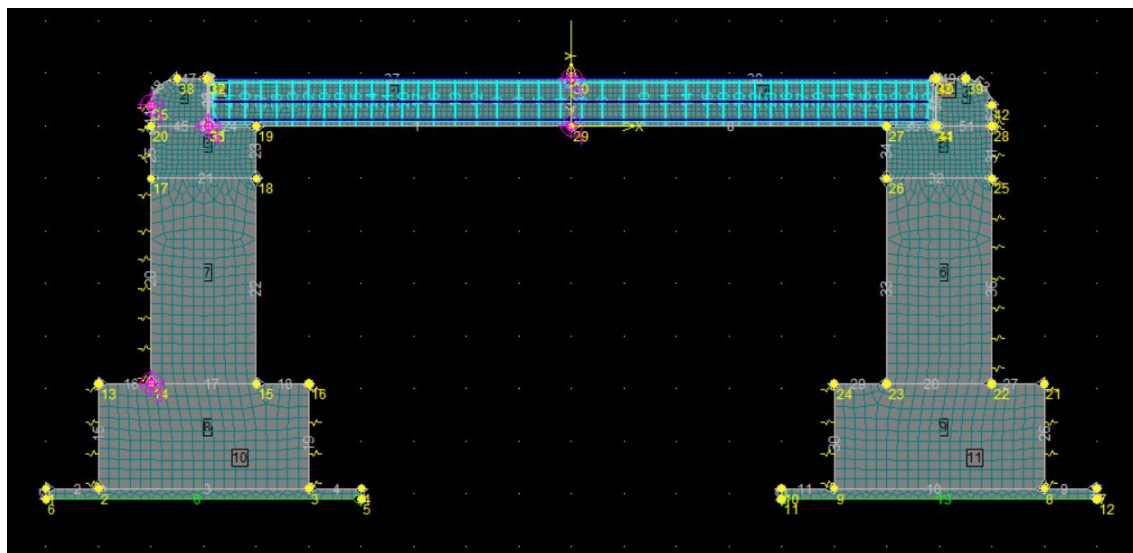
Druh výztuže	Vlastnosti výztužných ocelí [MPa]				
	Návrhové hodnoty pevností oceli pro betony pevnostní třídy C12/15 a vyšší		Charakteristické hodnoty oceli		Svařitelnost
	Tah	Tlak	Mez kluzu ³⁾ (mez 0,2)	Mez pevnosti	
Cc, C34	180	180	-	Min. 340	-
Cb	180	180	-	Min. 350	-
C37, C38	180	180	-	Min. 370	-
C52 ²⁾	250 ⁴⁾	250	Min. 340	Min. 520	-
10 002	180	180	210	320 – 500	-
10 370	180	180	210	370 – 450	Dobrá
10 372	190	190	230	370 – 450	Dobrá
10 452	230	230	270	-	Obtížná
10 472 (Isteg)	320	0	360	Min. 400	Nesvařitelná
10 492 (Toros)	340	340	400	Min. 440	Nesvařitelná
10 512 (Roxor)	340	340	400	Min. 500	Dobrá
POZNÁMKY:					
¹⁾ Výztužné oceli byly uvedeny v následujících předpisech: ČSN 1090:1931 Navrhování betonových staveb ČSN 1090:1948 Navrhování betonových staveb ČSN 1090:1948 Navrhování Staveb ze železového betonu podle stupně bezpečnosti ČSN 42 0132:1957 Tyče pro výztuž do betonu ČSN 73 2001:1956 Projektování betonových staveb <i>Pozn. : Uvedené normy v současné době již neplatí</i>					
²⁾ Také tzv. ocel Jakostní a ocel Beton Speciál					
³⁾ Dříve mez průtažnosti					
⁴⁾ Vyšší hodnoty je nutné odvodit na základě zkoušek					

5.3 VÝPOČTOVÝ MODEL

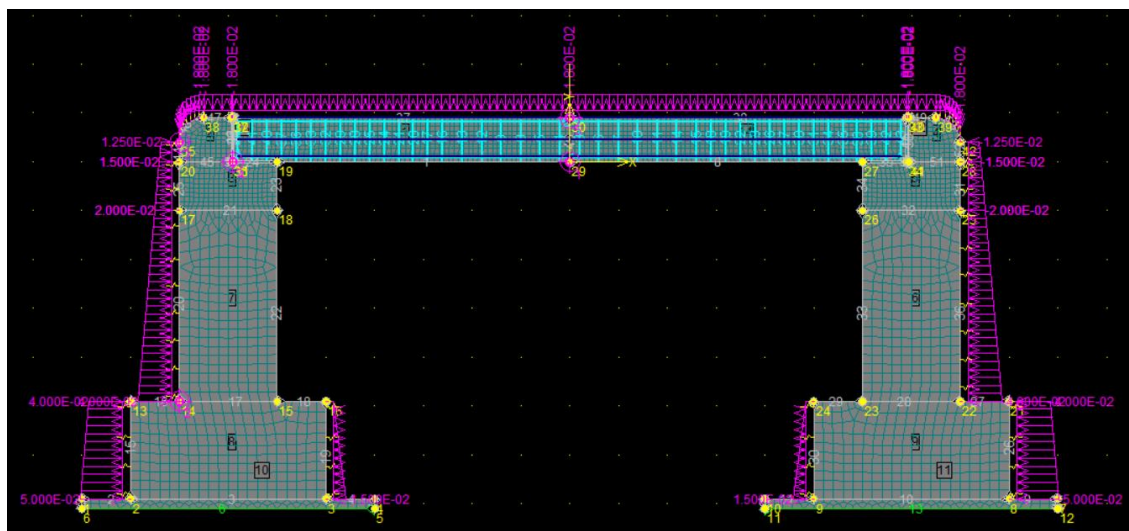
Výpočtový rovinný model (obr. 5.05) byl vytvořen v programu ATENA 2D, který je založen na metodě konečných prvků (MKP). Geometrie modelu byla zadána na základě podélného řezu mostní konstrukce (obr. 5.02). Z betonu C35/45 byla vytvořena hlavní nosná konstrukce (výška 450 mm, délka 6900 mm). Ta byla usazena na asfaltovou lepenku, která je na opěře, aby bylo umožněno pohybu nosníku a nepřenášelo se napětí z nosníku do opěry. Dřík opěry je z betonu C25/30, základy opěry jsou z betonu C8/10. Výztuž 10400B byla vložena 40 mm od spodní části nosné konstrukce.

Model konstrukce byl zatížen vlastní tíhou, přilehlou zemínou, a to jako boční zatížení na opěru, tak i svislé zatížení na samotnou nosnou konstrukci, kde působí přesypávka mostu, viz obr. 5.06. Následně se mostní konstrukce přetěžovala postupně v jednotlivých krocích pomocí zatížení dopravou viz. Obr. 5.07. To bylo simulováno pomocí spojitého zatížení, které odpovídá působení náprav vozidel na vozovku a následný roznos tohoto zatížení skrze vrstvu násypu o mocnosti 0,4 m až k samotné konstrukci. Konstrukce byla postupně zatěžována až do svého celkového porušení. Během zatěžování byly zaznamenávány hodnoty únosnosti odpovídající analyzovaným mezním stavům (viz dále).

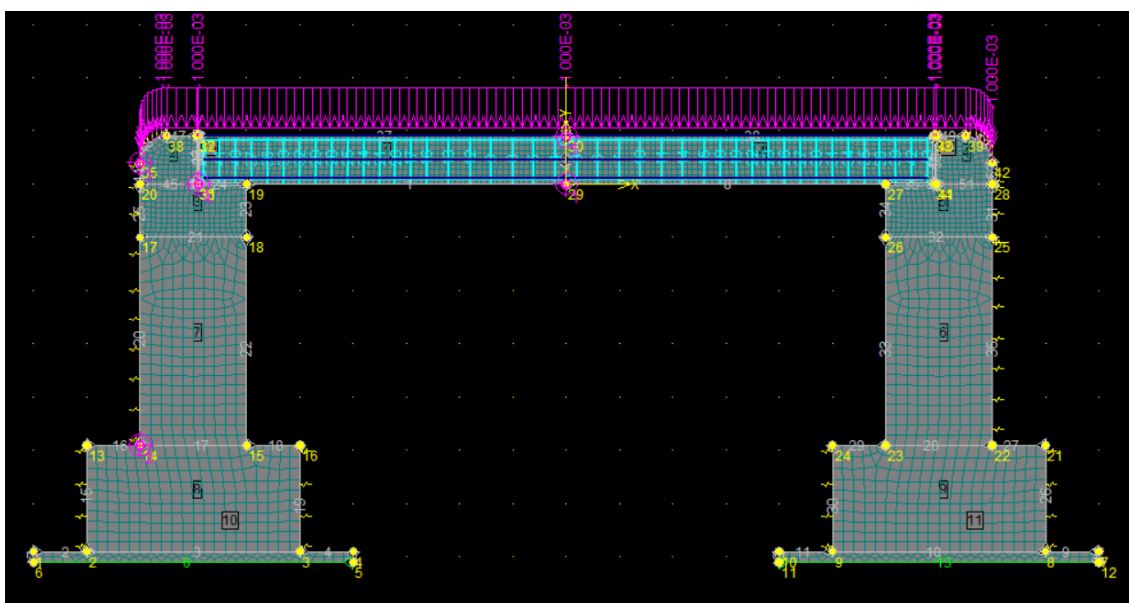
Hodnoty momentové únosnosti odečtené z momentových čar přímo z programu byly ručně ověřeny pomocí hodnot momentů získaných z integrace napětí a vynásobením ramenem vnitřních sil. Hodnoty momentů z programu ATENA 2D byly podobné od ručního výpočtu s maximální odchylkou 10 %, viz příloha A.



Obr. 5.05 – Rovinný výpočtový MKP model mostu v programu ATENA 2D



Obr. 5.06 – Zatížení zeminou MKP modelu v programu ATENA 2D



Obr. 5.07 – Pohyblivé zatížení dopravou MKP modelu v programu ATENA 2D

5.4 MEZNÍ STAV ÚNOSNOSTI

Mezní stav únosnosti (MSÚ) je reprezentován maximální hodnotou momentu uprostřed rozpětí, který je konstrukce schopna přenést. Následně je vyčerpána veškerá kapacita jejích dílčích částí, dochází k rychlému nárůstu deformací a postupnému kolapsu celé konstrukce.

a) Metoda ECoV

Přístup je založen na dvou výpočtech pomocí nelineární analýzy MKP. K prvnímu výpočtu je potřeba určit střední hodnotu všech materiálových charakteristik, které vstupují do výpočtového modelu, určení středních hodnot je popsáno v části 5.2. Druhý výpočet je proveden s charakteristickými hodnotami parametrů. K již známým hodnotám, které jsou pevnost betonu v tlaku $f_{c,k} = 35$ MPa, mez kluzu betonářské oceli $f_{y,k} = 400$ MPa a mez pevnosti betonářské oceli $f_{u,k} = 440$ MPa, byly pomocí programu FReET dopočteny charakteristické hodnoty zbývajících parametrů jako 5% kvantily příslušných rozdělení pravděpodobnosti. Souhrn středních a charakteristických hodnot je uveden v tabulce 5.04.

Tabulka 5.04 – Charakteristické hodnoty vstupních parametrů

Veličina	Střední hodnota	Charakteristická hodnota
Modul pružnosti E_c [GPa]	37,64	29,13
Pevnost betonu v tahu f_t [MPa]	3,85	2,49
Pevnost betonu v tlaku f_c [MPa]	46,05	35
Lomová energie G_f [N/m]	96,25	68,14
Mez kluzu oceli f_y [MPa]	444,44	400
Mez pevnosti oceli f_u [MPa]	488,89	440
Plocha výztuže A_s [m ²]	0,008042	0,007398

Výsledné odolnosti $R_m = 1395$ kNm a $R_k = 1152$ kNm získané ze středních a charakteristických hodnot parametrů se dosadí do následujícího vzorce, pro zjištění variačního koeficientu V_m .

$$V_m = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right) = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{1395}{1152} \right) = 0,1163$$

Celkový variační koeficient odolnosti V_R se stanoví ze vztahu:

$$V_R = \sqrt{V_m^2 + V_{Rd}^2} = \sqrt{0,1163^2 + 0,07^2} = 0,1357$$

kde V_{Rd} je nejistota modelu, která byla uvažována hodnotou 0,07, dle Červenky [9] se pohybuje v rozsahu 0,05–0,30, záleží na subjektivním posouzení.

Globální součinitel spolehlivosti γ_R vychází:

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R)} = e^{(0,8 \cdot 3,8 \cdot 0,1357)} = 1,51$$

kde α_R je součinitel citlivosti, doporučení podle ČSN EN 1990 [1] je 0,8, β je index spolehlivosti, doporučená hodnota je 3,8. Tyto hodnoty odpovídají 0,12% kvantilu. Výsledná hodnota návrhové odolnosti konstrukce R_d je:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R} = \frac{1395}{1,51} = 923,84 \text{ kNm}$$

b) Metoda dle ČSN EN 1992–2

Postup dle ČSN EN 1992–2 [8] uvažuje pouze s jedním výpočtem, kdy jsou vstupní hodnoty materiálových parametrů betonu a oceli upraveny tak, aby byl jejich příspěvek k finální spolehlivosti stejný. Hodnoty parametrů oceli se uvažují o deset procent vyšší než charakteristické hodnoty, naopak u betonu jsou hodnoty nižší, a to jako 0,843násobek charakteristických hodnot. V následující tabulce 5.05 jsou rozepsány hodnoty všech proměnných parametrů.

Tabulka 5.05 – Specifické hodnoty dle přístupu ČSN EN 1992-2 [8]

Veličina	Hodnota dle ČSN EN 1992-2
Modul pružnosti E_c [GPa]	24,56
Pevnost betonu v tahu f_t [MPa]	2,10
Pevnost betonu v tlaku f_c [MPa]	29,51
Lomová energie G_f [N/m]	57,44
Mez kluzu oceli f_y [MPa]	440
Mez pevnosti oceli f_u [MPa]	484
Plocha výztuže A_s [m ²]	0,008846

Vypočtená hodnota R se vydělí součinitelem odolnosti γ_R , který je 1,27, a získá se výsledná hodnota návrhové únosnosti R_d .

$$R_d = \frac{R(\tilde{f}_{y,m}, \tilde{f}_{c,m}, \dots)}{\gamma_R} = \frac{1380}{1,27} = 1086,61 \text{ kNm}$$

c) Metoda dílčích součinitelů (Partial safety factor – PSF) dle fib Model Code 2010

Tato metoda je založena na jednom výpočtu s pomocí návrhových hodnot parametrů. Návrhové hodnoty se určí dvěma způsoby. Pokud jsou u veličin známy charakteristické hodnoty z diagnostického průzkumu, tak dle ČSN EN 1990 [1] se pro získání návrhových hodnot podělí příslušnými součiniteli spolehlivosti. U veličin definovaných pomocí rozdělení pravděpodobnosti se návrhová hodnota určí jako 0,12% kvantil, který odpovídá indexu spolehlivosti $\beta = 0,8$ a součiniteli spolehlivosti $\alpha_R = 0,8$, dle ČSN EN 1990 [1]. Kvantilem se spočítá plocha výztuže A_s , lomová energie G_f a modul pružnosti E_c . Součinitelé spolehlivosti materiálů se použijí v případě pevnosti betonu v tlaku f_c , pevnosti betonu v tahu f_t , meze kluzu oceli f_y a meze pevnosti oceli f_u . Součinitel pro beton $\gamma_c = 1,5$, pro ocel $\gamma_s = 1,15$. V tabulce 5.06 níže je výpis návrhových veličin.

Tabulka 5.06 – Návrhové hodnoty použity při přístupu PSF dle fib Model Code 2010 [7]

Veličina	Návrhová hodnota
Modul pružnosti E_c [GPa]	23,67
Pevnost betonu v tahu f_t [MPa]	1,66
Pevnost betonu v tlaku f_c [MPa]	23,33
Lomová energie G_f [N/m]	51,74
Mez kluzu oceli f_y [MPa]	347,83
Mez pevnosti oceli f_u [MPa]	382,61
Plocha výztuže A_s [m ²]	0,006901

Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d se stanoví tak, že se hodnota \dot{R}_d podělí součinitelem spolehlivosti modelu $\gamma_{Rd} = 1,06$.

$$R_d = \frac{\dot{R}_d}{\gamma_{Rd}} = \frac{908}{1,06} = 856,6 \text{ kNm}$$

d) Plně pravděpodobnostní přístup

Pomocí metody Latin Hypercube Sampling bylo vygenerováno padesát náhodných realizací vstupních veličin v programu FReET, vstupní údaje jsou znázorněny v tabulce 5.01. Těchto padesát sad vzorků bylo vloženo pomocí softwaru SARA Studio do programu ATENA 2D, a spočítána odolnost pro každou z nich. Získaný náhodný soubor odolností byl statisticky vyhodnocen a byla spočítána jeho střední hodnota a rozptyl. Získaná náhodná odolnost byla dále vynásobena součinitelem modelových nejistot. Uvažovalo se, že střední hodnota modelových nejistot je rovna 1 a variační koeficient je 0,1, dle Schlune a kol. [5] z tabulky 2.04. Postup při určení střední hodnoty, variačního koeficientu V_R a výpočtové hodnoty únosnosti konstrukce je znázorněn níže, kde pro jednoduchost X značí modelovou nejistotu a Y je odolnost konstrukce bez vlivu nejistot modelu.

$$\theta_R = X: \mu_X = 1; V_X = 0,1 \rightarrow \sigma_X = \mu_X V_X = 0,1; \sigma_X^2 = 0,01$$

$$\tilde{R}_m = Y: \mu_Y = 1400; V_Y = 0,0574 \rightarrow \sigma_Y = \mu_Y V_Y = 80,36; \sigma_Y^2 = 6457,73$$

Střední hodnota: $E(X \cdot Y) = \mu_{X \cdot Y} = \mu_X \cdot \mu_Y = 1400$

Rozptyl: $D(X \cdot Y) = \sigma_{X \cdot Y}^2 = \sigma_X^2 \cdot \sigma_Y^2 + \sigma_X^2 \cdot \mu_Y^2 + \mu_X^2 \cdot \sigma_Y^2 =$
 $= 0,01 \cdot 6457,73 + 0,01 \cdot 1960000 + 1 \cdot 6457,73 = 26122,31$

Směrodatná odchylka: $\sigma_{YX} = \sqrt{\sigma_{X \cdot Y}^2} = 161,62$

Variační koeficient: $V_R = \frac{\sigma_{YX}}{\mu_{X \cdot Y}} = 0,1154$

Výsledná odolnost ve středních hodnotách: $R_m = \theta_R \cdot \tilde{R}_m$
 $R_m = 1 \cdot 1400 = 1400 \text{ kNm}$

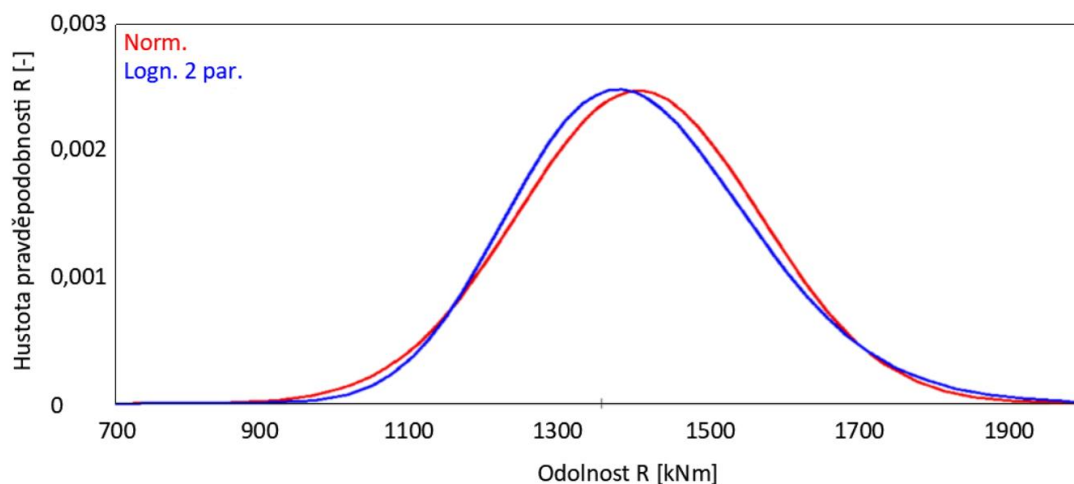
kde θ_R je součinitel modelových nejistot (z tabulky č. 2.04, dle Schlune a kol. [5]) a \tilde{R}_m je odolnost ve středních hodnotách.

Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d se spočítá takto:

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 1400 \cdot e^{-0,8 \cdot 3,8 \cdot 0,1154} = 985,76 \text{ kNm}$$

kde α_R je doporučený součinitel citlivosti 0,8, β_t je index spolehlivosti (pro tento typ mostu 3,8), V_R je variační koeficient.

Na obr. 5.08 je vykresleno výsledné rozdělení pravděpodobnosti odolnosti konstrukce získané pravděpodobnostní analýzou za předpokladu normálního a dvouparametrického lognormálního rozdělení.



Obr. 5.08 - Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu únosnosti

Výše uvedený analytický výpočet součinu dvou náhodných veličin byl ještě numericky ověřen v programu FReET s 10000 vzorky. Výsledná hodnota návrhové únosnosti (0,12% kvantil) $R_d = 980,95 \text{ kNm}$.

Vzhledem k časové náročnosti analýz a obecné snaze co nejvíce redukovat počet simulací byla přesnost ověřena i při použití pouze osmi náhodných simulací. Výsledná odolnost konstrukce R_d vyšla podobně jako při padesáti simulacích, rozdíl hodnot byl méně než 1 %.

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 1399 \cdot e^{-0,8 \cdot 3,8 \cdot 0,1159} = 983,56 \text{ kNm}$$

e) *Metoda dílčích součinitelů spolehlivosti – lokální analýza*

Pro srovnání byl proveden výpočet mezní únosnosti mostu i pomocí kombinace metody dílčích součinitelů spolehlivosti a lokální analýzy na úrovni nejvíce namáhaného průřezu. Jedná se o nejčastěji používaný postup výpočtu v mostařské praxi. Posuzován byl průřez uprostřed rozpětí mostu, který je namáhán největším ohybovým momentem. Schéma průřezu je uvedeno na obr. 5.09.

Vstupní veličiny byly opět generovány na základě znalosti třídy betonu C 35/45, betonářské oceli B400B, počtu prutů výztuže 10 a průměru výztuže 32 mm.

Návrhové hodnoty pevnosti betonu v tlaku $f_{c,d}$ a meze kluzu betonářské výztuže $f_{y,d}$ se stanovily jako:

$$f_{c,d} = \frac{f_{c,k}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,5} = 23,33 \text{ MPa}$$
$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 347,83 \text{ MPa}$$

kde, $f_{c,k}$ je charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku, γ_c je dílčí součinitel spolehlivosti betonu, $f_{y,k}$ je charakteristická hodnota meze kluzu betonářské výztuže, γ_s je dílčí součinitel spolehlivosti betonářské výztuže.

Návrhová hodnota plochy výztuže $A_{st,d}$ je spočítána jako 0,12% kvantil normálního rozdělení

$$A_{st,d} = 6,821 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Pro výpočet odolnosti konstrukce je zapotřebí zjistit tlačnou část průřezu x , dle vzorce:

$$x = \frac{A_{st,d} \cdot f_{y,d}}{0,8 \cdot b \cdot f_{c,d}} = \frac{6,821 \cdot 10^{-3} \cdot 347,83}{0,8 \cdot 0,9 \cdot 23,33} = 0,141 \text{ m}$$

kde b je šířka průřezu.

Následně se stanoví rameno vnitřních sil z :

$$z = d - \frac{\lambda \cdot x}{2} = 0,4 - \frac{0,8 \cdot 0,141}{2} = 0,344 \text{ m}$$

kde, d je účinná výška průřezu a λ je štíhlostní poměr.

Ke kontrole využití výztuže se spočítá přetvoření betonářské výztuže ε_s a mezní přetvoření výztuže ε_{yd} a porovnají se mezi sebou.

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu3}}{x} (d - x) = \frac{3,5}{0,141} (0,4 - 0,141) = 6,43 \text{ ‰}$$

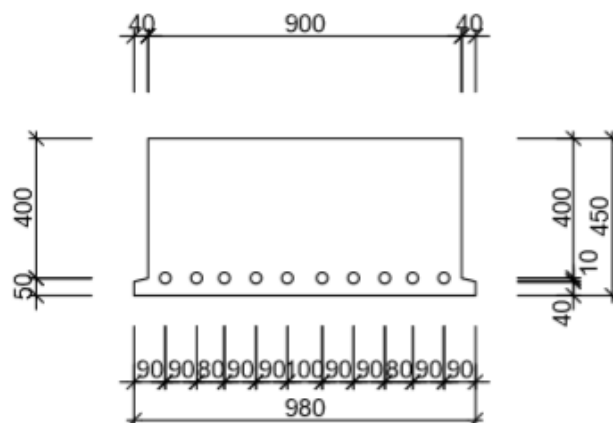
$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{y,d}}{E_s} = \frac{347,83}{200 \cdot 10^3} = 1,74 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_s = 6,43 \text{ ‰} > \varepsilon_{yd} = 1,74 \text{ ‰} \quad \text{Vyhovuje}$$

kde, ε_{cu3} je přetvoření betonu, E_s je modul pružnosti oceli.

Odolnost konstrukce R_d se stanoví dle vzorce:

$$R_d = z \cdot A_{st,d} \cdot f_{y,d} = 0,344 \cdot 6,821 \cdot 10^{-3} \cdot 347,83 = 816,16 \text{ kNm}$$



Obr. 5.09 – Schéma průřezu nosníku

5.5 MEZNÍ STAV POUŽITELNOSTI

Mezní stav použitelnosti (MSP) se určí jako omezení napětí v betonu, kde se počítá s šedesáti procenty charakteristické hodnoty pevnosti betonu v tlaku ($0,6f_{c,k}$). Dále se určí omezení napětí v betonářské výztuži, to je osmdesát procent charakteristické hodnoty oceli ($0,8f_{y,k}$) a omezení šířky trhlin, kde se počítá s 0,3 mm jako maximální šířka trhlin, která je ještě schopna přenést napětí.

Kvantil pro mezní stav použitelnosti je 11,51 %. Spočítá se dle směrné úrovně spolehlivosti β_t , která pro mezní stav použitelnosti je 1,5 z tabulky 1.06 a součinitele citlivosti α_R , který je 0,8 z tabulky 3.01.

5.5.1 MSP – omezení napětí v betonu

a) Metoda ECoV

Vstupní informace jsou stejné jako u MSÚ, dva nelineární výpočty ve středních a charakteristických hodnotách, viz tabulka 5.04. Je zapotřebí zjistit jaká je odolnost konstrukce při dosažení zmíněných šedesáti procentech pevnosti betonu. Zapsáno to je v tabulce 5.07 níže.

Tabulka 5.07 – Odolnosti stanovené metodou ECoV pro mezní stav omezení napětí v betonu

Typ výpočtu	$0,6 f_c$	Odolnost
Střední hodnoty	$0,6 \cdot 46,05 = 27,63 \text{ kN}$	892 kNm
Charakteristické hodnoty	$0,6 \cdot 35 = 21 \text{ kN}$	717 kNm

Princip výpočtu je stejný jako u MSÚ. Výsledné odolnosti $R_m = 892 \text{ kNm}$ a $R_k = 717 \text{ kNm}$ získané ze středních a charakteristických hodnot parametrů se dosadí do následujícího vzorce pro zjištění variačního koeficientu V_m , následně se vypočítá celkový variační koeficient V_R .

$$V_m = \frac{1}{1,65} \ln\left(\frac{R_m}{R_k}\right) = \frac{1}{1,65} \ln\left(\frac{892}{717}\right) = 0,1324$$

$$V_R = \sqrt{V_m^2 + V_{Rd}^2} = \sqrt{0,1324^2 + 0,07^2} = 0,1497$$

kde V_{Rd} je nejistota modelu, uvažuje se 0,07.

Globální součinitel spolehlivosti γ_R se stanoví:

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R)} = e^{(0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,1497)} = 1,197$$

kde α_R je součinitel citlivosti, doporučení podle ČSN EN 1990 [1] je 0,8. hodnota indexu spolehlivosti β se uvažuje hodnotou 1,5, dle ČSN ISO 13822 [2]. Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d je:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R} = \frac{892}{1,197} = 745,3 \text{ kNm}$$

b) Metoda dílčích součinitelů dle fib Model Code 2010

Vstupní data jsou stejná jako u MSÚ, tabulka 5.06. U tohoto přístupu je také třeba zjistit jaká je odolnost konstrukce při šedesátiprocentním napětí v betonu, což je vypsáno v tabulce 5.08 níže.

Tabulka 5.08 – Odolnosti stanovené metodou PSF pro mezní stav omezení napětí v betonu

Typ výpočtu	$0,6 f_c$	Odolnost
Návrhové hodnoty	$0,6 \cdot 23,33 = 14 \text{ kN}$	502 kNm

Pro výpočet odolnosti konstrukce R_d je zapotřebí podělit hodnotu \dot{R}_d součinitelem modelových nejistot $\gamma_{Rd} = 1,06$.

$$R_d = \frac{\dot{R}_d}{\gamma_{Rd}} = \frac{502}{1,06} = 473,6 \text{ kNm}$$

c) Metoda dle ČSN EN 1992-2

Tímto přístupem není možné zjišťovat mezní stav použitelnosti, postup je primárně navržen na posouzení mezních stavů únosnosti. Ve výpočtu není možné explicitně měnit hodnotu indexu spolehlivosti, respektive se u tohoto přístupu počítá jen se základním indexem $\beta = 3,8$.

d) Plně pravděpodobnostní přístup

U tohoto přístupu je zapotřebí zjistit odolnost konstrukce při šedesáti procentním napětí v betonu. Z padesáti výpočtů se určí střední hodnota a rozptyl. Stejně jako u MSÚ je potřeba započítat nejistotu modelu, která je uvažována stejně jako u MSÚ, tedy střední hodnota $\mu_X = 1$ a variační koeficient $V_X = 0,1$, dle Schlune a kol. [5] tabulka 2.04. Níže je popsáno, jak se spočítá celkový variační koeficient V_R , kde X značí nejistotu modelu a Y značí odolnost konstrukce, a následně celková odolnost při MSP omezení napětí v betonu.

$$\theta_R = X: \mu_X = 1; V_X = 0,1 \rightarrow \sigma_X = \mu_X V_X = 0,1, \sigma_X^2 = 0,01$$

$$\tilde{R}_m = Y: \mu_Y = 894,62; V_Y = 0,122 \rightarrow \sigma_Y = \mu_Y V_Y = 109,14; \sigma_Y^2 = 11912,33$$

$$\text{Střední hodnota: } E(X \cdot Y) = \mu_{X \cdot Y} = \mu_X \cdot \mu_Y = 894,62$$

$$\text{Rozptyl: } D(X \cdot Y) = \sigma_{X \cdot Y}^2 = \sigma_X^2 \cdot \sigma_Y^2 + \sigma_X^2 \cdot \mu_Y^2 + \mu_X^2 \cdot \sigma_Y^2 =$$

$$= 0,01 \cdot 11912,33 + 0,01 \cdot 800344,94 + 1 \cdot 11912,33 = 20034,9$$

$$\text{Směrodatná odchylka: } \sigma_{YX} = \sqrt{\sigma_{XY}^2} = 141,54$$

$$\text{Variační koeficient: } V_R = \frac{\sigma_{YX}}{\mu_{X \cdot Y}} = 0,158$$

Výsledná odolnost ve středních hodnotách: $R_m = \theta_R \cdot \tilde{R}_m$

$$R_m = 1 \cdot 894,62 = 894,62 \text{ kNm}$$

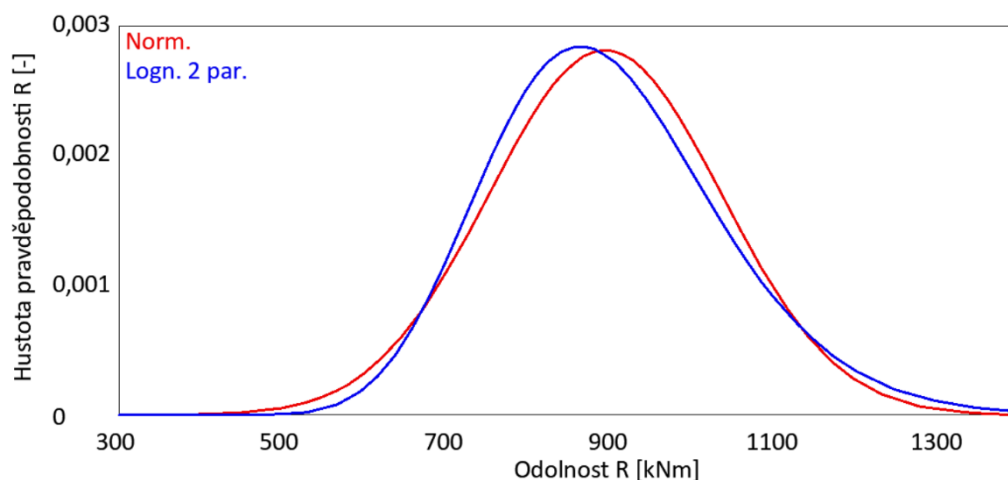
kde θ_R je součinitel modelových nejistot (z tabulky Schlune a kol. [5]) a \tilde{R}_m je odolnost ve středních hodnotách.

Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d se spočítá takto:

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 894,62 \cdot e^{-0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,158} = 740,11 \text{ kNm}$$

kde α_R je doporučený součinitel citlivosti 0,8, β_t je index spolehlivosti (pro typ mostu a MSP 1,5), V_R je variační koeficient

Na obr. 5.10 je vykresleno výsledné rozdělení pravděpodobnosti odolnosti konstrukce pro MSP – omezení napětí v betonu, které bylo získáno pravděpodobnostní analýzou za předpokladu normálního a dvouparametrického lognormálního rozdělení.



Obr. 5.10 – Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu použitelnosti – omezení napětí betonu

Opět bylo provedeno ověření hodnot výsledné návrhové odolnosti numericky v programu FReET s 10000 vzorky. Při 11,51% kvantilu je výsledná odolnost $R_d = 732,05 \text{ kNm}$.

Metoda byla vypočítána i s osmi náhodnými simulacemi. Výsledná odolnost konstrukce R_d vyšla podobně jako při padesáti simulacích, rozdíl hodnot je cca 5 %.

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 900 \cdot e^{-0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,2065} = 702,46 \text{ kNm}$$

5.5.2 MSP – omezení napětí v betonářské výztuži

a) Metoda ECoV

Vstupní informace jsou stejné jako u MSÚ, dva nelineární výpočty ve středních a charakteristických hodnotách, tabulka 5.04. Je zapotřebí zjistit jaká je odolnost konstrukce při dosažení osmdesáti procent meze kluzu ve výztuži. Zapsáno to je v tabulce 5.09 níže.

Tabulka 5.09 – Odolnosti stanovené metodou ECoV pro mezní stav omezení napětí v betonářské výztuži

Typ výpočtu	80 % f_y	Odolnost
Střední hodnoty	$0,8 \cdot 444,44 = 355,55 \text{ kN}$	1074 kNm
Charakteristické hodnoty	$0,8 \cdot 400 = 320 \text{ kN}$	888 kNm

Princip výpočtu je stejný jako u MSP betonu. Výsledné odolnosti $R_m = 1074 \text{ kNm}$ a $R_k = 888 \text{ kNm}$ získané ze středních a charakteristických hodnot parametrů se dosadí do následujícího vzorce pro zjištění variačního koeficientu V_m , následně se vypočítá celkový variační koeficient V_R .

$$V_m = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right) = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{1074}{888} \right) = 0,1153$$

$$V_R = \sqrt{V_m^2 + V_{Rd}^2} = \sqrt{0,1153^2 + 0,07^2} = 0,1348$$

kde V_{Rd} je nejistota modelu, uvažuje se 0,07.

Globální součinitel spolehlivosti γ_R se stanoví:

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R)} = e^{(0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,1348)} = 1,176$$

kde součinitel citlivosti $\alpha_R = 0,8$, doporučení podle ČSN EN 1990 [1], směrný index spolehlivosti $\beta_t = 1,5$, dle ČSN ISO 13822 [2]. Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d je:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R} = \frac{1074}{1,176} = 913,54 \text{ kNm}$$

b) Metoda dílčích součinitelů dle fib Model Code 2010

Vstupní data jsou stejná jako u MSP betonu, tabulka 5.06. U tohoto přístupu je také třeba zjistit jaká je odolnost konstrukce při osmdesáti procentním napětí v betonářské oceli, což je vypsáno v tabulce 5.10 níže.

Tabulka 5.10 – Odolnosti stanovené metodou PSF pro mezní stav omezení napětí v betonářské výztuži

Typ výpočtu	80 % f_y	Odolnost
Návrhové hodnoty	$0,8 \cdot 347,83 = 278,26$ kN	671 kNm

Pro výpočet odolnosti konstrukce R_d je zapotřebí podělit hodnotu \dot{R}_d součinitelem modelových nejistot $\gamma_{Rd} = 1,06$.

$$R_d = \frac{\dot{R}_d}{\gamma_{Rd}} = \frac{671}{1,06} = 633,02 \text{ kNm}$$

c) Plně pravděpodobnostní přístup

U MSP v oceli je zapotřebí odečíst hodnotu odpovídající osmdesáti procent napětí betonářské výztuže. Následně se určí střední hodnota μ_Y a variační koeficient V_Y . Stejně jako u MSP betonu je potřeba započítat nejistotu modelu, střední hodnota $\mu_X = 1$ a variační koeficient $V_X = 0,1$, dle Schlune a kol. Níže je popsáno, jak se spočítá celkový variační koeficient V_R , kde X je nejistota modelu a Y je odolnost konstrukce, a následně celková odolnost při MSP omezení napětí betonářské výztuže.

$$\theta_R = X: \mu_X = 1; V_X = 0,1 \rightarrow \sigma_X = \mu_X V_X = 0,1, \sigma_X^2 = 0,01$$

$$\tilde{R}_m = Y: \mu_Y = 1071,18; V_Y = 0,0589 \rightarrow \sigma_Y = \mu_Y V_Y = 63,09; \sigma_Y^2 = 3980,66$$

$$\text{Střední hodnota: } E(X \cdot Y) = \mu_{X \cdot Y} = \mu_X \cdot \mu_Y = 1071,81$$

$$\text{Rozptyl: } D(X \cdot Y) = \sigma_{X \cdot Y}^2 = \sigma_X^2 \cdot \sigma_Y^2 + \sigma_X^2 \cdot \mu_Y^2 + \mu_X^2 \cdot \sigma_Y^2 =$$

$$= 0,01 \cdot 3980,66 + 0,01 \cdot 1147426,59 + 1 \cdot 3980,66 = 15494,73$$

$$\text{Směrodatná odchylka: } \sigma_{YX} = \sqrt{\sigma_{XY}^2} = 124,48$$

$$\text{Variační koeficient: } V_R = \frac{\sigma_{YX}}{\mu_{X \cdot Y}} = 0,1162$$

$$\text{Výsledná odolnost ve středních hodnotách: } R_m = \theta_R \cdot \tilde{R}_m$$

$$R_m = 1 \cdot 1071,81 = 1071,81 \text{ kNm}$$

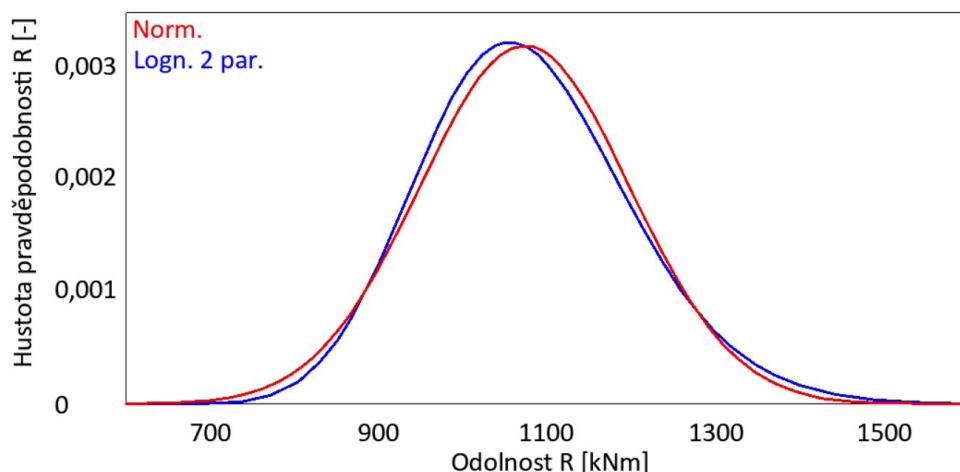
kde θ_R je součinitel modelových nejistot (z tabulky 2.04 dle Schlune a kol. [5]) a \tilde{R}_m je odolnost ve středních hodnotách.

Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d se spočítá takto:

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 1071,81 \cdot e^{-0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,1162} = 932,31 \text{ kNm}$$

kde α_R je doporučený součinitel citlivosti 0,8, β_t je směrný index spolehlivosti (pro typ mostu a MSP 1,5), V_R je variační koeficient

Na obr. 5.11 je vykresleno výsledné rozdělení pravděpodobnosti odolnosti konstrukce pro MSP – omezení napětí v betonářské výztuži, které bylo získáno pravděpodobnostní analýzou za předpokladu normálního a dvouparametrického lognormálního rozdělení.



Obr. 5.11 – Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu použitelnosti – omezení napětí v betonářské výztuži

Ověření součinu náhodných veličin numericky v programu FReET s 10000 vzorky. Při 11,51% kvantilu je výsledná odolnost $R_d = 925,79$ kNm.

Metoda byla vypočítána i s osmi náhodnými simulacemi. Výsledná odolnost konstrukce R_d vyšla podobně jako při padesáti simulacích, rozdíl hodnot je cca 1 %.

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 1061 \cdot e^{-0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,1144} = 924,90 \text{ kNm}$$

5.5.3 MSP – omezení šířky trhlin

a) Metoda ECoV dle fib Model Code 2010

Vstupními daty jsou dva nelineární výpočty ve středních a charakteristických hodnotách, tabulka 5.04. U tohoto mezního stavu je zapotřebí zjistit při jaké odolnosti konstrukce bylo přesáhnuto 0,3 mm šířky trhlin v konstrukci. Hodnoty, s kterými se počítá jsou sepsány níže v tabulce 5.11.

Tabulka 5.11 – Odolnosti stanovené metodou ECoV pro mezní stav omezení šířky trhlin

Typ výpočtu	+ 0,3 mm trhliny	Odolnost
Střední hodnoty	0,46 mm	1200 kNm
Charakteristické hodnoty	0,41 mm	1016 kNm

Princip Výpočtu je stejný jako u předešlých MSP. Výsledné odolnosti $R_m = 1200$ kNm a $R_k = 1016$ kNm získané ze středních a charakteristických hodnot parametrů se dosadí do

následujícího vzorce pro zjištění variačního koeficientu V_m , následně se vypočítá celkový variační koeficient V_R .

$$V_m = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right) = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{1200}{1016} \right) = 0,1009$$

$$V_R = \sqrt{V_m^2 + V_{Rd}^2} = \sqrt{0,1009^2 + 0,07^2} = 0,1228$$

kde V_{Rd} je nejistota modelu, uvažuje se 0,07.

Globální součinitel spolehlivosti γ_R se stanoví:

$$\gamma_R = e^{(\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R)} = e^{(0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,1228)} = 1,159$$

kde součinitel citlivosti $\alpha_R = 0,8$, doporučení podle ČSN EN 1990 [1], směrný index spolehlivosti $\beta_t = 1,5$, dle ČSN ISO 13822 [2]. Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d je:

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R} = \frac{1200}{1,159} = 1035,38 \text{ kNm}$$

b) Metoda dílčích součinitelů dle fib Model Code 2010

Vstupní data jsou u všech MSP stejná, tabulka č. 5.06. U tohoto přístupu je také třeba zjistit jaká je odolnost konstrukce při šířce trhlin 0,3 mm a více. Výsledek je vypsán v tabulce 5.12. níže.

Tabulka 5.12 – Odolnosti stanovené metodou PSF pro mezní stav omezení šířky trhlin

Typ výpočtu	+ 0,3 mm trhliny	Odolnost
Návrhové hodnoty	0,30 mm	736 kNm

Pro výpočet odolnosti konstrukce R_d je zapotřebí podělit hodnotu \dot{R}_d součinitelem modelových nejistot $\gamma_{Rd} = 1,06$.

$$R_d = \frac{\dot{R}_d}{\gamma_{Rd}} = \frac{736}{1,06} = 694,34 \text{ kNm}$$

c) Plně pravděpodobnostní přístup

U MSP omezení šířky trhlin je potřeba u všech padesáti výpočtů zjistit při jaké odolnosti je dosaženo šířky trhlin větší než 0,3 mm. Z těchto odolností je vytvořena střední hodnota μ_Y a variační koeficient V_Y . Pro zjištění celkové odolnosti, je zapotřebí vnést modelové nejistoty. Modelové nejistoty jsou podle Schlune a kol. [5] $\mu_X = 1$ a $V_X = 0,1$. Výpočty jsou sepsány níže.

$$\theta_R = X: \mu_X = 1; V_X = 0,1 \rightarrow \sigma_X = \mu_X V_X = 0,1, \sigma_X^2 = 0,01$$

$$\tilde{R}_m = Y: \mu_Y = 1197,48; V_Y = 0,0836 \rightarrow \sigma_Y = \mu_Y V_Y = 100,11; \sigma_Y^2 = 10021,88$$

Střední hodnota: $E(X \cdot Y) = \mu_{X \cdot Y} = \mu_X \cdot \mu_Y = 1197,48$
Rozptyl: $D(X \cdot Y) = \sigma_{X \cdot Y}^2 = \sigma_X^2 \cdot \sigma_Y^2 + \sigma_X^2 \cdot \mu_Y^2 + \mu_X^2 \cdot \sigma_Y^2 =$
 $= 0,01 \cdot 10021,88 + 0,01 \cdot 1433958,35 + 1 \cdot 10021,88 = 24461,68$

Směrodatná odchylka: $\sigma_{YX} = \sqrt{\sigma_{XY}^2} = 156,4$

Variační koeficient: $V_R = \frac{\sigma_{YX}}{\mu_{X \cdot Y}} = 0,1306$

Výsledná odolnost ve středních hodnotách: $R_m = \theta_R \cdot \tilde{R}_m$

$$R_m = 1 \cdot 1197,48 = 1197,48 \text{ kNm}$$

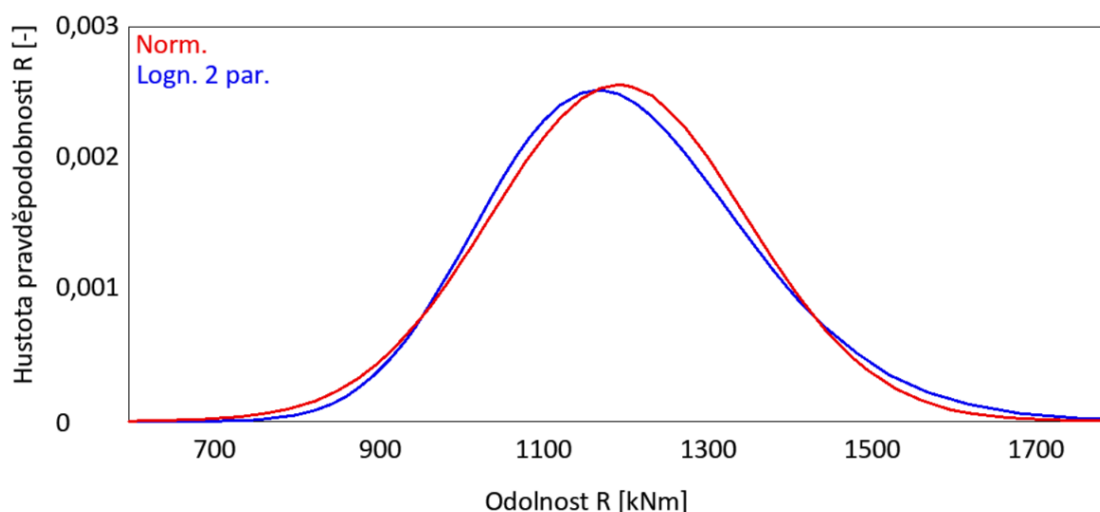
kde θ_R je součinitel modelových nejistot (z tabulky č. 2.04 dle Schlune a kol. [5]) a \tilde{R}_m je odolnost ve středních hodnotách

Výsledná hodnota odolnosti konstrukce R_d se spočítá takto:

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 1197,48 \cdot e^{-0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,1306} = 1023,78 \text{ kNm}$$

kde α_R je doporučený součinitel citlivosti 0,8, β_t je index spolehlivosti (pro tento typ mostu a MSP 1,5), V_R je variační koeficient

Na obr. 5.11 je vykresleno výsledné rozdělení pravděpodobnosti odolnosti konstrukce pro MSP – omezení šířky trhlin, které bylo získáno pravděpodobnostní analýzou za předpokladu normálního a dvouparametrického lognormálního rozdělení.



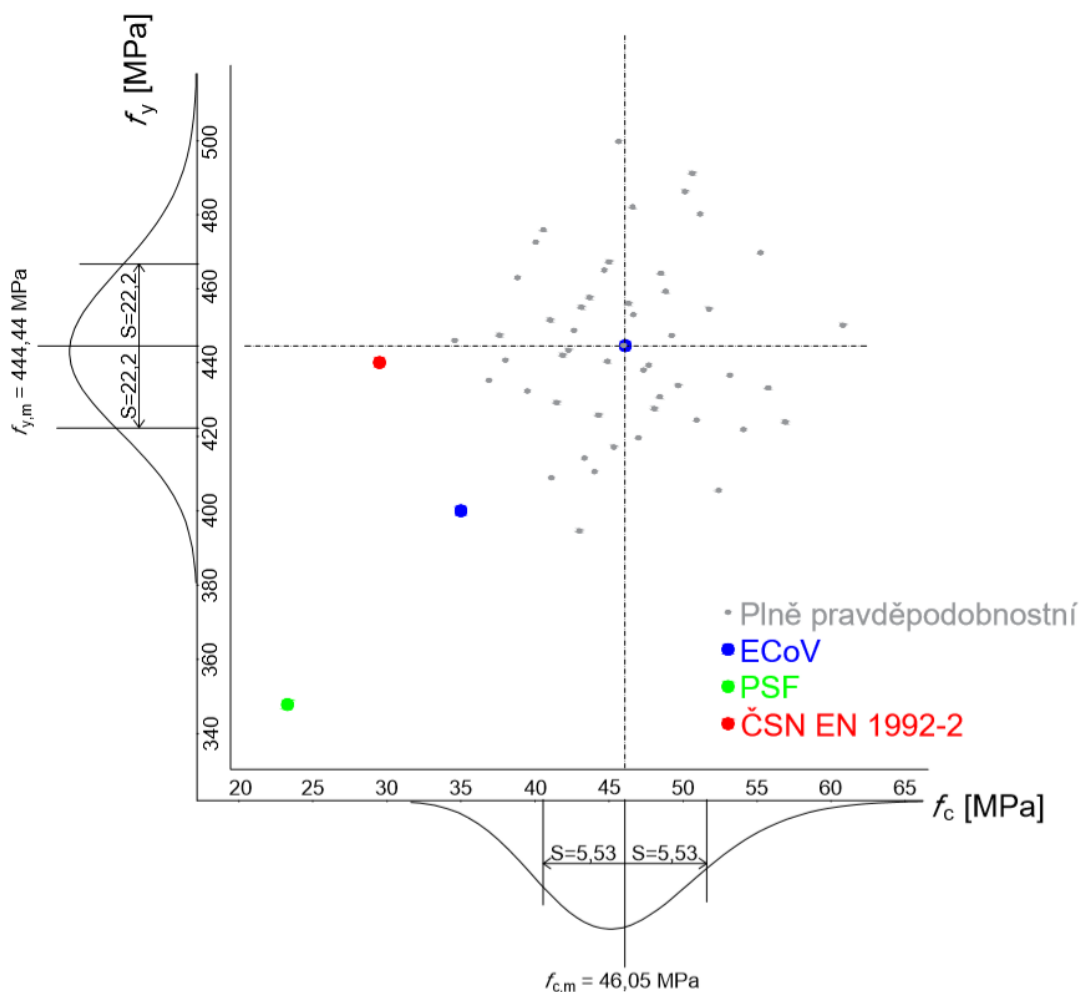
Obr. 5.12 – Teoretické rozdělení odolnosti mezního stavu použitelnosti – omezení šířky trhlin

Ověření součinu náhodných veličin numericky v programu FReET s 10000 vzorky. Při 11,51% kvantilu je výsledná únosnost $R_d = 1015,5 \text{ kNm}$.

Metoda byla vypočítána i s osmi náhodnými simulacemi. Výsledná odolnost konstrukce R_d vyšla podobně jako při padesáti simulacích, rozdíl hodnot je cca 3 %.

$$R_d = R_m \cdot e^{-\alpha_R \cdot \beta_t \cdot V_R} = 1219 \cdot e^{-0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,1226} = 1052,23 \text{ kNm}$$

V následujícím grafu je pro zjednodušený případ dvou dominantních veličin f_c a f_y zakresleno, jaké hodnoty a počty simulací využívají výše uvedené metody při výpočtech (obr. 5.13). Na svislé ose je dvouparametrické lognormální rozdělení meze kluzu oceli a na vodorovné ose je dvouparametrické lognormální rozdělení pevnosti betonu v tlaku. Jak je z grafu patrné, tak metoda dílčích součinitelů, která je zelenou barvou, uvažuje kombinaci hodnot výrazně vzdálenou od oblasti s předpokládaným výskytem těchto veličin. Metoda dle ČSN EN 1992-2 [8], znázorněna červenou, používá kombinaci, kde ocel je uvažována téměř střední hodnotou a beton je menší než charakteristická hodnota. Metoda ECoV počítá se střední hodnotou a s charakteristickou hodnotou, zakresleny modrou barvou. Plně pravděpodobnostní přístup počítá s padesáti simulacemi, které jsou znázorněny šedou menší tečkou a jsou rozptýleny kolem středních hodnot tak, aby odpovídaly daným hustotám pravděpodobnosti.



Obr. 5.13 – Graf použitých hodnot pro různé přístupy

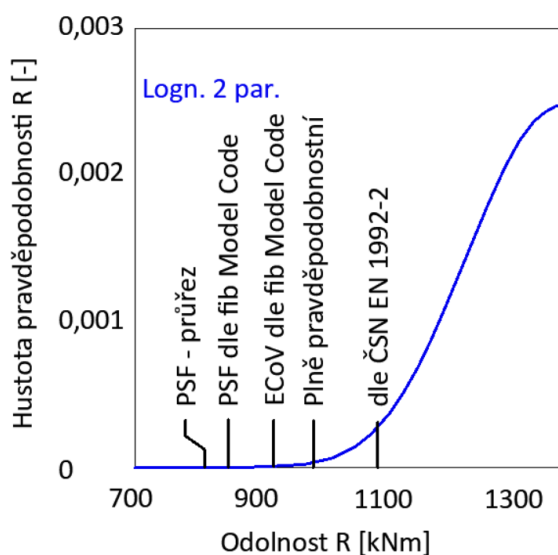
5.6 VÝSLEDKY

5.6.1 MSÚ

Dle výsledků, bylo zjištěno že u mezního stavu únosnosti je nejvyšší odolnost konstrukce u přístupu dle ČSN EN 1992–2 [8]. Důvod je takový, že hodnoty pevností betonářské výztuže jsou podobné jako střední hodnoty, a jelikož mají tyto významný vliv na celkovou únosnost, vychází výsledná odolnost dosti vysoká. Globální součinitel je malá hodnota, takže výsledná odolnost je vysoká. Nicméně hodnoty odolnosti získané dle dalších přístupů jsou adekvátní k tomu, kolik výpočtů bylo zapotřebí. Takže plně pravděpodobnostní přístup vychází s druhou nejvyšší odolností, následuje ECoV a PSF nelineární analýzou. PSF na mezi průřezu vyšel jako nejmenší, což bylo plně v očekávání. Všechny výsledky včetně počtů výpočtů a příslušných kvantilů jsou přehledně sepsány v tabulce 5.13. Graficky jsou přístupy zobrazeny na obr. 5.14 níže.

Tabulka 5.13 – Odolnosti dle různých přístupů u MSÚ

Přístup	Počet výpočtů	Odolnost	Kvantil
Plně pravděpodobnostní	50	985,76 kNm	0,12%
ECoV dle fib model Code 2010	2	923,76 kNm	0,02%
PSF dle fib Model Code	1	856,60 kNm	0,0012%
Metoda dle ČSN EN 1992-2	1	1086,61 kNm	1,6%
PSF na mezi průřezu	1	816,16 kNm	0,00018%



Obr. 5.14 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSÚ

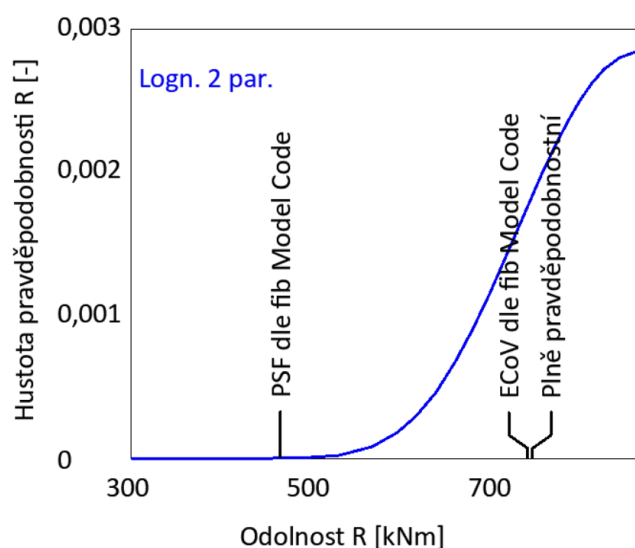
5.6.2 MSP – omezení napětí v betonu

Další výsledky jsou na mezi použitelnosti, a to omezení šedesáti procent napětí v betonu. Tento mezní stav nastává na řešené konstrukci nejdříve, proto jsou získané hodnoty odolnosti nejmenší ze všech analyzovaných mezních stavů. U mezních stavů použitelnosti již není k dispozici přístup dle ČSN EN 1992-2 [8], jelikož je zapotřebí brát v úvahu jiný index spolehlivosti, ten u tohoto přístupu byl pevně daný.

Nejlépe u tohoto mezního stavu vyšla metoda ECoV, hned za touto metodou byl plně pravděpodobnostní přístup a na chvostě je PSF dle fib Model Code [7]. To, proč vyšla metoda ECoV nejlépe, je proto, že odolnost u této metody vyšla podobně jako u plně pravděpodobnostního přístupu, ale variační koeficient vyšel menší a následně i globální součinitel byl malý. Hodnoty jsou sepsány společně s příslušnými kvantily v tabulce 5.14. Grafické zobrazení přístupů je na obr. 5.15 níže.

Tabulka 5.14 – Odolnosti dle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonu

Přístup	Počet výpočtů	Odolnost	Kvantil
Plně pravděpodobnostní	50	740,11 kNm	13,04%
ECoV dle fib Model Code 2010	2	745,30 kNm	14,01%
PSF dle fib Model Code	1	473,60 kNm	0,0038%



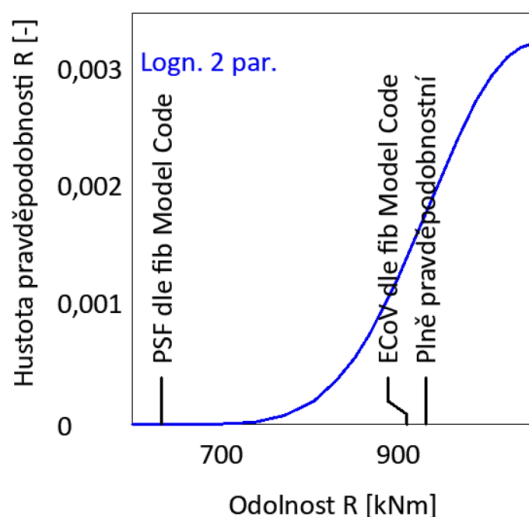
Obr. 5.15 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonu

5.6.3 MSP – omezení napětí v betonářské výztuži

Následný mezní stav použitelnosti, co se sledoval, je omezení osmdesáti procent napětí v betonářské výztuži. Zde jsou výsledky podle předpokladů, kde nejvyšší odolnost je u plně pravděpodobnostního přístupu. Výsledky s počty výpočtů a příslušnými kvantily jsou zapsané do tabulky 5.15. Graficky jsou výsledky zobrazené v obr. 5.16.

Tabulka 5.15 – Odolnosti dle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonářské výztuži

Přístup	Počet výpočtů	Odolnost	Kvantil
Plně pravděpodobnostní	50	932,31 kNm	12,68%
ECoV dle fib Model Code 2010	2	913,54 kNm	9,39%
PSF dle fib Model Code	1	633,02 kNm	0,00037%



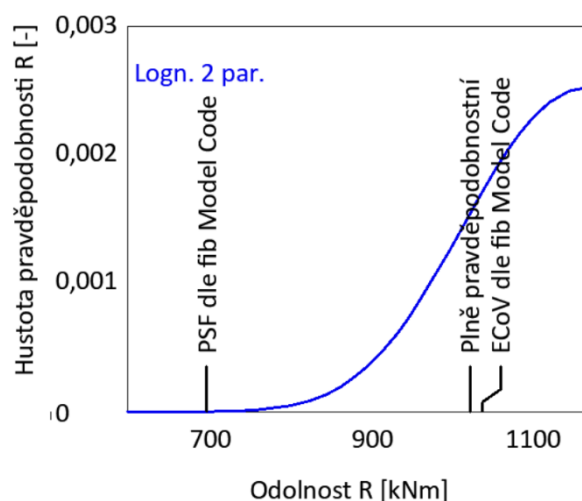
Obr. 5.16 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSP omezení napětí v betonářské výztuži

5.6.4 MSP – omezení šířky trhlin

Posledním mezním stavem použitelnosti je omezení šířky trhlin vyšších než 0,3 mm. Tento mezní stav vyšel zcela nečekaně výše než mezní stav únosnosti u prvních dvou přístupů. Je to z toho důvodu, že šířka trhlin vyšší, než 0,3 mm přichází téměř před mezním stavem únosnosti a jelikož je zde menší index spolehlivosti, tak je i globální součinitel nízký. Proto jsou výsledkem takto vysoké hodnoty. Tabulka 5.16 s výsledky včetně počtů výpočtů a kvantilů je níže. Graficky jsou výsledky znázorněny na obr. 5.17.

Tabulka 5.16 – Odolnosti dle různých přístupů u MSP omezení šířky trhlin

Přístup	Počet výpočtů	Odolnost	Kvantil
Plně pravděpodobnostní	50	1023,78 kNm	12,71%
ECoV dle fib Model Code	2	1035,38 kNm	14,61%
PSF dle fib Model Code	1	694,34 kNm	0,0019%



Obr. 5.17 – Grafické zobrazení výsledných odolností podle různých přístupů u MSP omezení šířky trhlin

ZÁVĚR

Nelineární plně pravděpodobnostní analýza metodou konečných prvků je nejpřesnějším způsobem odhadu odolnosti konstrukce. U tohoto přístupu je zapotřebí vyšší počet simulací, ale při vzorkování simulační metodou Latin Hypercube Sampling, bylo zjištěno že i při menším počtu simulací, zde konkrétně při osmi, byly výsledky s odchylkou do 5 % totožné s použitými padesáti simulacemi. Z výsledků pro řešenou mostní konstrukci je potřeba vyzdvihnout metodu ECoV. U této metody byly zapotřebí pouhé dvě simulace a výsledky byly srovnatelné s plně pravděpodobnostním přístupem.

Hodnoty návrhových odolností získané pomocí dalších studovaných metod již nebyly tak přesné. Metoda dle ČSN EN 1992–2 vedla u mezního stavu únosnosti k únosnosti o 10 % vyšší než plně pravděpodobnostní přístup. Z principu metody lze soudit, že u konstrukcí podobných s analyzovaným mostem povede k nadhodnocení výsledné únosnosti a tím snížení reálné spolehlivosti konstrukce. Naopak metoda PSF dle fib Model Code 2010 u mezního stavu únosnosti vyšla o 10 % méně než plně pravděpodobnostní přístup, u mezních stavů použitelnosti vycházela o 40 % méně než plně pravděpodobnostní přístup. Výsledky tak potvrzují tvrzení, že tento přístup není vhodný kombinovat s nelineární analýzou únosnosti a spolehlivosti konstrukcí. Jednak vychází výsledná návrhová únosnost výrazně nižší, což může vést k nevhodnému návrhu nových konstrukcí či špatnému odhadu životnosti konstrukcí stávajících. Navíc může vlivem výpočtu s hodnotami výrazně odlišnými od skutečných vlastností mostu dojít ke změně módu porušení konstrukce, který tak nevystihne její reálné chování.

Z hlediska doby výpočtu je provedení pokročilé nelineární analýzy v kombinaci s pravděpodobnostními metodami vždy výrazně náročnější v porovnání s lineární deterministickou analýzou. Nicméně, v případech, kdy je nutné mít přesnější představu o reálném chování konstrukce a kdy je zapotřebí její spolehlivost při různých mezních stavech kvantifikovat, je jejich použití nezbytné. V běžné inženýrské praxi pak lze pro konstrukce podobného typu jako řešený most doporučit v kombinaci s nelineární analýzou metodu ECoV.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Česká technická norma ČSN EN 1990 – Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí. Český normalizační institut, 2003
- [2] Česká technická norma ČSN ISO 13822 Zásady navrhování konstrukcí – Hodnocení existujících konstrukcí. Český normalizační institut, Praha, 2005.
- [3] Joint Committee on Structural Safety (JCSS) Probabilistic Model Code, 2010, dostupné z <https://www.jcss-lc.org/jcss-probabilistic-model-code/>
- [4] Technické podmínky TP 224 Ověřování existujících mostů pozemních komunikací. Ministerstvo dopravy ČR, Praha, 2010.
- [5] Hendrik Schlune Safety Evaluation of Concrete Structures with Nonlinear Analysis , CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, Gothenburg, Sweden, 2011
- [6] Vladimír Cervenka, Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010, Structural Concrete 14 (2013), No. 1, 2003
- [7] fib Bulletin 55: Model Code 2010, First complete draft – Volume, Lausanne, Switzerland. fédération internationale du béton (fib), 2010
- [8] ČSN EN 1992-2. Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 2: Betonové mosty – Navrhování a konstrukční zásady. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2007. 88 s. Třídící znak 73 6208.
- [9] Sedláček, D., Diagnostický průzkum mostu ev. č. 11-150..3 přes Podleský potok před městem Havířov, TESTSTAV spol. s r.o., 2019, Ostrava
- [10] Lehký, D., Šomodíková, M., Doležel, J., Novák, D. Pravděpodobnostní analýza zatížitelnosti a spolehlivosti spřaženého mostu z MPD nosníků. Beton TKS, 4/2013, 108-113, 2013.
- [11] Doležel, J., Šomodíková, M., Lehký, D., Novák, D., Pravděpodobnostní analýza zatížitelnosti železobetonového trámového mostu ve vztahu k jeho zbytkové životnosti. Beton, 5/2015, 38-43, 2015
- [12] Šomodíková, M., Lehký, D., Doležel, J., Novák, D. Modeling of degradation processes in concrete: Probabilistic lifetime and load-bearing capacity assessment of existing reinforced concrete bridges, Engineering Structures, 119, 49-60, 2016.
- [13] Doležel, J. Modelování spolehlivosti betonových konstrukcí: odhad zatížitelnosti stávajících betonových mostů. Disertační práce, Vysoké Učení Technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Brno, 2016
- [14] Šomodíková, M. Pravděpodobnostní analýza spolehlivosti a životnosti železobetonových mostů. Disertační práce, Vysoké Učení Technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Brno, 2016
- [15] Novák, D., Novák, L., Slowik, O., Strauss, A., Prestressed concrete roof girders: Part III semi-probabilistic design, Life-Cycle Analysis and Assessment in Civil Engineering: Towards an Integrated Vision – Caspele R., Taerwe L., Frangopol D.M., London, 2019, 2699-2705

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

A_s	Plocha výztuže
$A_{st,d}$	Návrhová plocha betonářské výztuže
b	Šířka průřezu
CoV	Variační koeficient
d	Účinná část průřezu
E	Zatížení konstrukce
E_c	Modul pružnosti betonu
$E_{c,m}$	Střední hodnota modulu pružnosti betonu
E_d	Návrhová hodnota zatížení
E_p	Modul pružnosti předpínací výztuže
E_s	Modul pružnosti betonářské výztuže
$F(X)$	Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny
$f_E(x)$	Hustota pravděpodobnosti zatížení konstrukce
$f_R(x)$	Hustota pravděpodobnosti odolnosti konstrukce
f_c	Pevnost betonu v tlaku
$f_{c,d}$	Návrhová hodnota pevnosti betonu v tlaku
$f_{c,m}$	Střední hodnota pevnosti betonu v tlaku
$f_{c,k}$	Charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku
$f_{p,u}$	Mez pevnosti předpínací výztuže
$f_{p,y}$	Mez kluzu předpínací výztuže
$f_{s,u}$	Mez pevnosti betonářské výztuže
$f_{s,y}$	Mez kluzu betonářské výztuže
f_t	Pevnost betonu v tahu
$f_{t,m}$	Střední hodnota pevnosti betonu v tahu
$f_{y,d}$	Návrhová hodnota meze kluzu betonářské výztuže
$f_{y,m}$	Střední hodnota meze kluzu betonářské výztuže
$f_{y,k}$	Charakteristická hodnota meze kluzu betonářské výztuže
$f_{u,k}$	Charakteristická hodnota meze pevnosti betonářské výztuže
$f_{u,m}$	Střední hodnota meze pevnosti betonářské výztuže

$\tilde{f}_{y,m}$	Upravená hodnota betonářské výztuže pro ČSN EN 1992-2
$\tilde{f}_{c,m}$	Upravená hodnota betonu pro ČSN EN 1992-2
G	Funkce poruchy
G_f	Lomová energie betonu
g_c	Tíha betonu
g_s	Tíha oceli
K_n	Koeficient kvantilu pro charakteristickou hodnotu
$K_{n,d}$	Koeficient kvantilu pro návrhovou hodnotu
N	Počet simulací
n	Počet zkoušek
P_i	Simulace
p_f	Pravděpodobnost poruchy
$p_{f,t}$	Úroveň pravděpodobnosti poruchy
R	Odolnost konstrukce
R_d	Návrhová hodnota odolnosti konstrukce
R_k	Charakteristická hodnota odolnosti
R_m	Střední hodnota odolnosti
r	Poloměr
V	Variační koeficient
V_R	Variační koeficient
V_{Rd}	Nejistota modelu
V_m	Variační koeficient
V_x	Variační koeficient
X_{id}	Návrhová hodnota
X_{ik}	Charakteristická hodnota
X_m	Střední hodnota náhodné veličiny
X_k	Charakteristická hodnota náhodné veličiny
x	Náhodná veličina
x	Tlačená část průřezu
z	Rameno vnitřních sil
α_E	součinitel citlivosti zatížení

α_R	součinitel citlivosti odolnosti
β	Index spolehlivosti
β_t	Úroveň spolehlivosti
γ_R	Globální součinitel spolehlivosti
γ_{Rd}	Dílčí součinitel nejistoty modelů odolnosti konstrukce
γ_{Sd}	Dílčí součinitel nejistoty modelů zatížení a účinků zatížení
γ_c	Dílčí součinitel betonu
γ_f	Dílčí součinitel zatížení
γ_i	Dílčí součinitel spolehlivosti
γ_m	Dílčí součinitel materiálu
γ_s	Dílčí součinitel betonářské výztuže
ε_{cu3}	Přetvoření betonu
ε_{lim}	Mezní přetvoření
ε_s	Přetvoření betonářské výztuže
ε_{yd}	Mezní přetvoření výztuže
η_d	Návrhová hodnota převodního součinitele
θ_E	Modelové nejistoty zatížení
$\theta_{E,M}$	Modelové nejistoty zatížení pro ohybový moment
$\theta_{E,N}$	Modelové nejistoty zatížení pro normálovou sílu
$\theta_{E,V}$	Modelové nejistoty zatížení pro posouvající sílu
θ_R	Modelové nejistoty odolnosti
$\theta_{R,C}$	Modelové nejistoty odolnosti porušení soudržnosti
$\theta_{R,M}$	Modelové nejistoty odolnosti porušení ohybem
$\theta_{R,N}$	Modelové nejistoty odolnosti porušení tlakem
$\theta_{R,V}$	Modelové nejistoty odolnosti porušení smykem
λ	Štíhlostní poměr
μ	Průměrná hodnota
σ	Směrodatná odchylka
Φ	Distribuční funkce normovaného normálního rozdělení

CC	Třída následků
ECoV	Metoda odhadu variačního koeficientu
LHS	Latin Hypercube Sampling
LN 2 par.	Dvouparametrické lognormální rozdělení
MKP	Metoda konečných prvků
MSP	Mezní stav použitelnosti
MSÚ	Mezní stav únosnosti
Norm.	Normální rozdělení
PSF	Partial safety factor – Metoda dílčích součinitelů
RC	Třída spolehlivosti

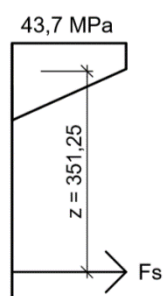
SEZNAM PŘÍLOH

A. Stanovení momentů na mezi únosnosti	68
--	----

A. Stanovení momentů na mezi únosnosti

Příloha uvádí ruční výpočet momentů na mezi únosnosti pomocí integrace napětí získaných z programu ATENA 2D a jejich srovnání s hodnotami odečtenými s momentových čar. Srovnání bylo provedeno pro čtyři varianty hodnot vstupních parametrů.

Úloha ve středních hodnotách



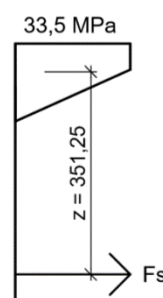
$$F_c = A_c * \sigma_c = 0,09 * 43,7 = 3,933 \text{ MN}$$

$$A_c = 0,045 + \left(\frac{0,09}{2}\right) = 0,09 \text{ m}^2$$

$$M_r = F_c * z = 3,933 * 0,35125 = 1381,47 \text{ kNm}$$

Hodnota z ATENA 2D: $M_r = 1404 \text{ kNm}$

Úloha v charakteristických hodnotách



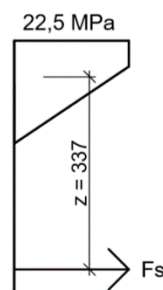
$$F_c = A_c * \sigma_c = 0,09 * 33,5 = 3,015 \text{ MN}$$

$$A_c = 0,045 + \left(\frac{0,09}{2}\right) = 0,09 \text{ m}^2$$

$$M_r = F_c * z = 3,015 * 0,35125 = 1059,02 \text{ kNm}$$

Hodnota z ATENA 2D: $M_r = 1157 \text{ kNm}$

Úloha v návrhových hodnotách



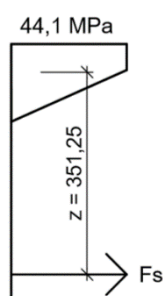
$$F_c = A_c * \sigma_c = 0,1125 * 22,5 = 2,531 \text{ MN}$$

$$A_c = 0,045 + \left(\frac{0,135}{2}\right) = 0,1125 \text{ m}^2$$

$$M_r = F_c * z = 2,531 * 0,337 = 853,03 \text{ kNm}$$

Hodnota z ATENA 2D: $M_r = 865,4 \text{ kNm}$

Náhodná úloha



$$F_c = A_c * \sigma_c = 0,09 * 44,1 = 3,969 \text{ MN}$$

$$A_c = 0,045 + \left(\frac{0,09}{2}\right) = 0,09 \text{ m}^2$$

$$M_r = F_c * z = 3,969 * 0,35125 = 1394,11 \text{ kNm}$$

Hodnota z ATENA 2D: $M_r = 1363 \text{ kNm}$